

ÉPREUVE COMMUNE DE TIPE 2010 - Partie D

Résistance hydraulique à l'écoulement sur des surfaces rugueuses

Temps de préparation :2 h 15 minutes
Temps de présentation devant les examinateurs :10 minutes
Entretien avec les examinateurs :10 minutes

GUIDE POUR LE CANDIDAT :

Le dossier ci-joint comporte au total : 14 pages
Guide candidat : 1 page
Document principal : 13 pages

Travail suggéré au candidat :

Le candidat extraira du document les points suivants :

- Les raisons de la nécessité d'un nouveau modèle de résistance hydraulique
- Les hypothèses de ce modèle
- Les limites de ce modèle

CONSEILS GENERAUX POUR LA PREPARATION DE L'EPREUVE :

- * Lisez le dossier en entier dans un temps raisonnable.
- * Réservez du temps pour préparer l'exposé devant les examinateurs.
 - Vous pouvez écrire sur le présent dossier, le surligner, le découper ... mais tout sera à remettre aux examinateurs en fin d'oral.
 - En fin de préparation, rassemblez et ordonnez soigneusement TOUS les documents (transparents, etc.) dont vous comptez vous servir pendant l'oral, ainsi que le dossier, les transparents et les brouillons utilisés pendant la préparation. En entrant dans la salle d'oral, vous devez être prêts à débiter votre exposé, après avoir présenté votre pièce d'identité.
 - A la fin de l'oral, vous devez remettre aux examinateurs le présent dossier, les transparents et les brouillons utilisés pour cette partie de l'oral, ainsi que TOUS les transparents et autres documents présentés pendant votre prestation.

Introduction

L'hydraulique est très présente dans le domaine de l'environnement. Elle a une place déterminante dans la compréhension, l'analyse et le diagnostic des réseaux d'alimentation d'eau potable, des stations de traitement, des réseaux d'assainissement et des rivières. Il est donc important de pouvoir étudier et comprendre les écoulements de fluides visqueux. Les frottements visqueux dissipent une partie de l'énergie mécanique du fluide et provoquent une chute de pression le long de l'écoulement.

Dès le XVIIème siècle, de nombreux ingénieurs du génie civil tentent de quantifier cette diminution de pression dans les écoulements à surface libre. Ainsi, lors de la construction et de l'étude de canaux d'alimentation en eau, ils proposent de nombreuses formules pour relier la vitesse moyenne de l'écoulement aux caractéristiques géométriques des canaux ou des conduites et à leur pente.

La résistance à l'écoulement sur une surface a deux sources principales :

- les frottements dus aux particules et micro-rugosités de la surface
- la résistance induite par la forme des macro-rugosités de la surface

Ces deux sources sont respectivement désignées comme la résistance granulaire à l'écoulement et la résistance de forme.

20

Les premières formules proposées ne considèrent que les frottements dus aux micro rugosités. C'est à dire que les aspérités de la surface sont très petites par rapport à la profondeur de l'écoulement. Si une telle hypothèse est parfaitement justifiée pour l'étude d'écoulements en charge dans des conduites ou d'écoulements à surface libre dans des canaux de navigation, elle l'est beaucoup moins en ce qui concerne l'étude du ruissellement.

25

En effet, la diversité des tailles des rugosités au sens large (cailloux, végétaux,...) et la vaste étendue des surfaces concernées font qu'en pratique nous n'observons jamais une lame d'eau de ruissellement continue et de hauteur suffisamment importante pour noyer toutes les rugosités d'un sol. Par conséquent, pour les écoulements très peu profonds sur des surfaces rugueuses, les phénomènes physiques prépondérants responsables de la résistance hydraulique ne sont plus les mêmes que ceux pris en compte pour établir les formules classiques des coefficients de frottement.

30

35 **Rapide historique**

Antoine de Chézy (1718-1798), lors de ces travaux sur la dérivation de l'Yvette pour l'alimentation en eau de Paris, propose d'exprimer la vitesse moyenne de l'écoulement de la manière suivante :

$$V = C\sqrt{Rj} \quad (1)$$

40

Où V est la vitesse moyenne de l'écoulement, R une dimension caractéristique du canal, j sa pente et C un coefficient de proportionnalité aujourd'hui appelé coefficient de Chézy.

En 1847, plus de 70 ans après Chézy, l'allemand Julius Albin Weisbach (1806-1871) propose d'exprimer la vitesse moyenne d'un écoulement par la formule suivante :

45

$$V = \sqrt{\frac{2gRj}{f}} \quad (2)$$

où g est l'accélération de la gravité et f un coefficient dont Weisbach donnera une moyenne afin d'être en accord avec les résultats expérimentaux alors disponibles. Il suggère aussi que ce coefficient soit considéré comme une fonction de la vitesse moyenne de l'écoulement.

50

En 1857, en se basant sur un grand nombre d'expériences, Henry Philibert Gaspard Darcy (1803-1858) est le premier à prendre en compte explicitement la rugosité de la surface dans ces calculs. C'est pour cela que le coefficient f est aujourd'hui souvent appelé coefficient de Darcy-Weisbach. Le premier à associer les concepts de Weisbach et Darcy est J.T Fanning (1837-1911) qui publie en 1877 un large échantillon de valeurs de f en fonction du matériau de la conduite ou du canal, d'une grandeur caractéristique de sa géométrie et de la vitesse de l'écoulement.

55

Dans les années 1830, la différence entre les régimes à faible vitesse et à grande vitesse devient évidente. Osborne Reynolds (1842-1912) décrit la transition d'un régime à l'autre et la caractérise par un nombre qui aujourd'hui porte son nom, Re :

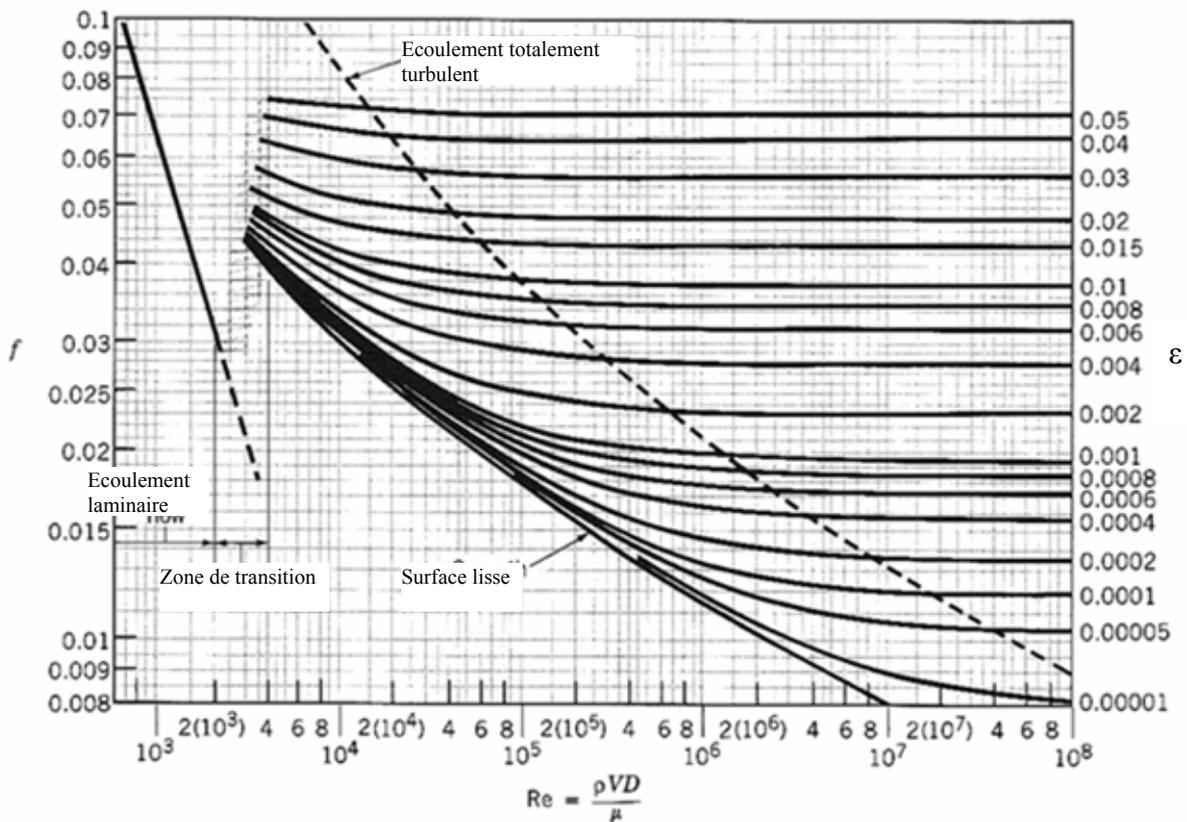
60

$$Re = \frac{\rho VR}{\mu} \quad (3)$$

65 où μ est la viscosité dynamique du fluide. Les faibles nombres de Reynolds correspondent à un régime lent dit laminaire tandis que les grands nombres de Reynolds sont caractéristiques d'écoulements rapides et désordonnés dits turbulents.

Au début du XXème siècle, avec le développement de nouvelles théories, on cherche enfin une expression analytique du coefficient de frottement. Ce sont Ludwig Prandtl (1875-1953),
70 grâce à sa théorie de la couche limite turbulente, et ses étudiants, Théodore Von Karman (1881-1963), Paul Richard Heinrich Blasius (1883-1970) et Johann Nikuradse (1894-1979) qui feront les premières propositions d'expression du coefficient de Darcy-Weisbach en fonction du nombre de Reynolds.

Un premier effort de synthèse sera fait par Hunter Rouse (1906-1996) puis Lewis Moody
75 (1880-1953) dans les années 40. Ils proposèrent des diagrammes récapitulant les formules les plus usitées des coefficients de frottement de différents auteurs (Poiseuille, Prandtl, Blasius, etc). Ces diagrammes considèrent différents régimes d'écoulement en fonction du nombre de Reynolds et d'une taille caractéristique des rugosités de la surface (figure 1).



80

Figure 1 - Diagramme de Moody. Coefficient de Darcy-Weisbach en fonction du nombre de Reynolds et paramétré par une échelle caractéristique de la rugosité.

La taille caractéristique des rugosités est prise en compte par l'intermédiaire d'un nombre adimensionnel, la rugosité relative :

$$\varepsilon = \frac{k}{d} \quad (4)$$

où k est la taille caractéristique des rugosités et d la profondeur caractéristique de l'écoulement.

90

Il faut attendre le milieu du XX^{ème} siècle pour que les premières études sur des surfaces naturelles se fassent et que l'influence des macro rugosités soit mise en évidence. En 1986, Abrahams étudie le ruissellement sur des échantillons de surfaces naturelles dans le désert d'Arizona. Ses échantillons sont recouverts de rochers et de végétation, si bien que suivant les débits considérés, tous les éléments constituant les rugosités ne sont pas recouverts. Dans cette étude, Abrahams cherche à obtenir sur chaque échantillon, la relation liant le coefficient de Darcy-Weisbach au nombre de Reynolds afin de les comparer aux relations similaires sur fond plat. Il constate alors que :

95

- l'inondation progressive des aspérités de la surface augmente leurs trainées, ce qui a tendance à augmenter le coefficient de frottement.
- l'augmentation de la profondeur d'eau sur les parties déjà émergées a tendance à faire diminuer le coefficient de frottement.

100

De récentes études ont alors suggéré que, bien plus que le nombre de Reynolds, c'est le taux d'inondation qui est le paramètre important pour les écoulements peu profonds sur les surfaces rugueuses.

105

Coefficient de frottement et taux d'inondation

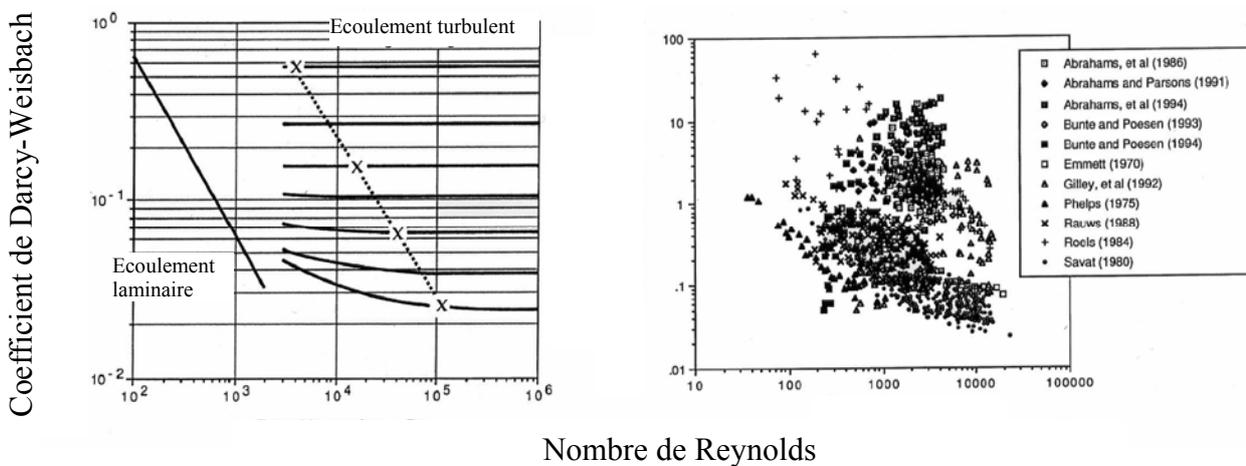
En effet, si on représente les résultats expérimentaux disponibles dans la littérature en fonction du nombre de Reynolds, il est difficile de discerner une quelconque tendance (figure 2). Cela est dû aux conditions expérimentales. Sur des surfaces rugueuses, les variations du coefficient de Darcy-Weisbach, observées dans les régimes de faible inondation et pour de petits nombres Reynolds, ne sont en fait qu'apparentes. Les comportements du coefficient de Darcy-Weisbach, jusque là imputés aux différences entre les régimes laminaire et turbulent, sont en fait la manifestation de l'inondation progressive de la surface.

115

En effet, l'augmentation de la vitesse de l'écoulement (et donc du nombre de Reynolds) s'accompagne souvent d'une augmentation de sa profondeur (et donc du taux d'inondation). L'apparente décroissance du coefficient de Darcy-Weisbach viendrait alors du fait que chaque point de mesure serait pris sur une courbe différente du diagramme de Moody, en fonction du

120 taux d'inondation de la surface (figure 2).

Cette méprise est d'autant plus compréhensible que chaque expérimentateur n'a étudié le ruissellement que sur des gammes de paramètres hydrauliques (rugosité, nombre de Reynolds, etc) limitées.



125

Figure 2 - L'apparente décroissance du coefficient de Darcy-Weisbach sur des surfaces rugueuses serait en fait un artefact dû à l'inondation progressive de la surface. Cela expliquerait qu'on ne peut pas identifier une dépendance claire de ce coefficient avec le nombre de Reynolds dans les résultats expérimentaux.

130 Le nombre de Reynolds ne semble donc pas être le seul paramètre important dans l'étude de la résistance hydraulique à l'écoulement induite par les rugosités d'une surface. Une analyse dimensionnelle peut permettre d'identifier les autres paramètres importants.

135 **Analyse dimensionnelle**

Supposons que l'analyse d'un phénomène physique ait permis d'identifier expérimentalement une loi liant n variables physiques dont les dimensions sont définies à partir de p grandeurs fondamentales (masse, longueur,...). Le théorème de Vaschy-Buckingham permet alors d'affirmer que cette loi s'exprime de manière équivalente par une relation liant $(n-p)$

140 groupements adimensionnels des grandeurs physiques répertoriées.

Les études expérimentales des écoulements sur des surfaces rugueuses ont mis en avant sept variables :

- 145 ▪ l'accélération de la gravité, g
- la viscosité dynamique du fluide, μ
- la densité du fluide, ρ
- la profondeur de l'écoulement, d
- l'inclinaison de l'écoulement, $\sin(\theta)$
- la vitesse moyenne de l'écoulement, V
- 150 ▪ la hauteur caractéristique des rugosités, k

Ces variables sont définies à partir des trois grandeurs fondamentales que sont la longueur, la masse et le temps. Quatre groupes adimensionnels peuvent donc être définis. Le premier groupe adimensionnel est :

$$155 \quad f = \frac{\rho g d \sin(\theta)}{\rho V^2} \quad (5)$$

Cette expression est analogue à celle du coefficient f de Darcy-Weisbach introduite précédemment (équation 2). On retrouve ici le fait que, en régime permanent (indépendant du temps), les forces de frottement $\left(f \frac{\rho V^2}{d} \right)$ et le poids $(\rho g \sin(\theta))$ se compensent exactement.

160 Le deuxième groupe adimensionnel est le nombre de Reynolds précédemment défini. Pour les grands nombres de Reynolds le frottement est déterminé par la rugosité relative (figure 1). Nous pouvons donc considérer le taux d'inondation, qui est l'inverse de la rugosité relative, comme troisième groupe adimensionnel :

$$\Lambda = \frac{d}{k} \quad (6)$$

165

Λ représente le degré moyen d'inondation de la surface. Classiquement le dernier groupe adimensionnel considéré dans les problèmes d'écoulements faisant intervenir des forces de traînée est le nombre de Froude :

$$Fr = \sqrt{\frac{V^2}{gd}} \quad (7)$$

170

La loi recherchée décrivant un écoulement sur une surface rugueuse est donc de la forme :

$$\Phi(f, \Lambda, Re, Fr) = 0$$

175 Le nombre de Froude peut être exprimé en fonction de f et $\sin(\theta)$, on peut donc considérer $\sin(\theta)$ comme étant le dernier groupe adimensionnel en remplacement du nombre de Froude.

L'application du théorème de Vaschy-Buckingham permet donc de conclure que :

$$f = f(Re, \Lambda, \sin(\theta)) \quad (8)$$

180 **Modèle de Lawrence**

Un modèle récent (1997) propose, sur la base des constatations d'Abrahams, de considérer le taux d'inondation comme le paramètre déterminant les différents régimes d'écoulement. Ce modèle propose de distinguer trois régimes suivants (figure 3):

- 185 ▪ Inondation totale : la hauteur d'eau est grande devant la taille des rugosités
- Inondation marginale : la hauteur d'eau est de l'ordre de grandeur de la taille des rugosités
- Inondation partielle : la hauteur d'eau est inférieure ou égale à la taille des rugosités

190 Le régime d'inondation totale est dominé par les frottements granulaires, dans ce cas l'hypothèse de microrugosité est parfaitement justifiée et les expressions classiques pour les écoulements pleinement turbulents (figure 1) du coefficient de frottement donnent des résultats satisfaisants. Le nombre de Reynolds est alors un paramètre déterminant.

195 Dans un régime d'inondation marginale la hauteur d'eau est suffisante pour recouvrir les rugosités mais leur influence sur le profil de vitesse se fait sentir sur toute la hauteur de l'écoulement. Le fluide près de la surface doit contourner les rugosités ce qui crée des remous, lesquels se ressentent jusqu'à la surface. L'expression du coefficient de frottement proposée est basée sur un modèle de longueur de mélange qui n'est pas détaillé ici.

$$f \approx 10\Lambda^{-2} \quad (9)$$

200

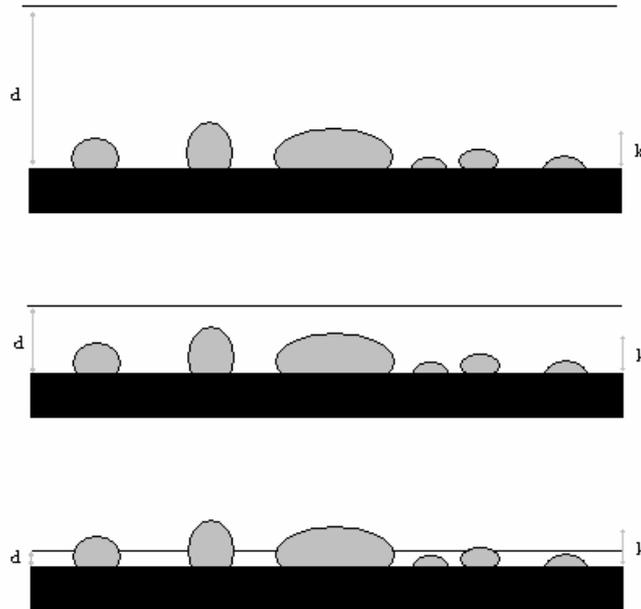


Figure 3 – régimes d’inondation: inondation totale (en haut), marginale (au milieu) et partielle (en bas).

Dans un régime d’inondation partielle les variations de hauteur d’eau impliquent des variations des chemins d’écoulement et donc de la grandeur caractéristique de l’écoulement. Il faudrait alors prendre en compte l’influence de chaque rugosité sur l’écoulement par l’intermédiaire de la force de traînée (F_D) qu’elle génère :

$$F_D = \frac{1}{2} \rho C_D A_F V^2 \quad (10)$$

où C_D est le coefficient de traînée et A_F la surface de la rugosité projetée dans un plan perpendiculaire à l’écoulement. Si l’on considère n rugosités par unité de surface, la traînée totale est donnée par $F = n F_D$ avec $n = \frac{P}{\pi k^2}$ où P est la fraction de la surface couverte par les rugosités.

Si on approche les rugosités par des demi-sphères de rayon k on a $C_D \approx 1$ et :

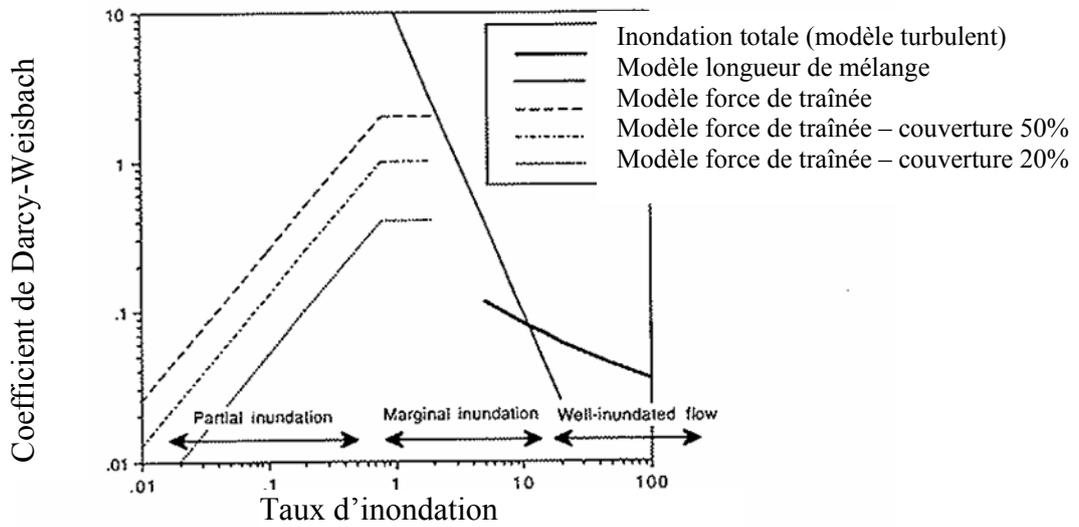
$$A_F = \frac{1}{2} \pi k^2 \quad \text{si } d = k$$

$$A_F \approx 2kd \quad \text{si } d < k \quad (11)$$

Si l’on ajoute à cela l’expression des forces d’inertie on a la relation de proportionnalité suivante :

$$f \propto n\pi k^2 = P \quad \text{si } d = k$$

$$f \propto nkd^2 = \frac{P}{\pi} \Lambda^2 \quad \text{si } d < k \quad (12)$$



220

Figure 4 – Coefficient de frottement en fonction du taux d'inondation.

La figure 4 représente le coefficient de frottement pour les différents régimes d'écoulement (inondation partielle, marginale et totale).

225

Comparaison avec les données de la littérature

Afin de juger de la validité de ce modèle on doit le comparer aux données expérimentales disponibles dans la littérature. Dans un premier temps nous allons nous intéresser aux expériences faisant intervenir des surfaces unimodales, c'est à dire ne présentant qu'une seule

230

taille caractéristique de rugosité (figure 5).

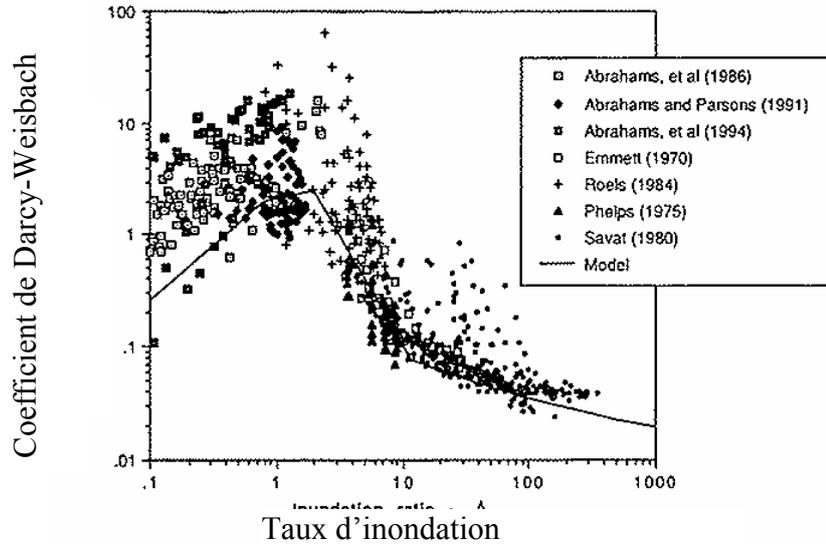
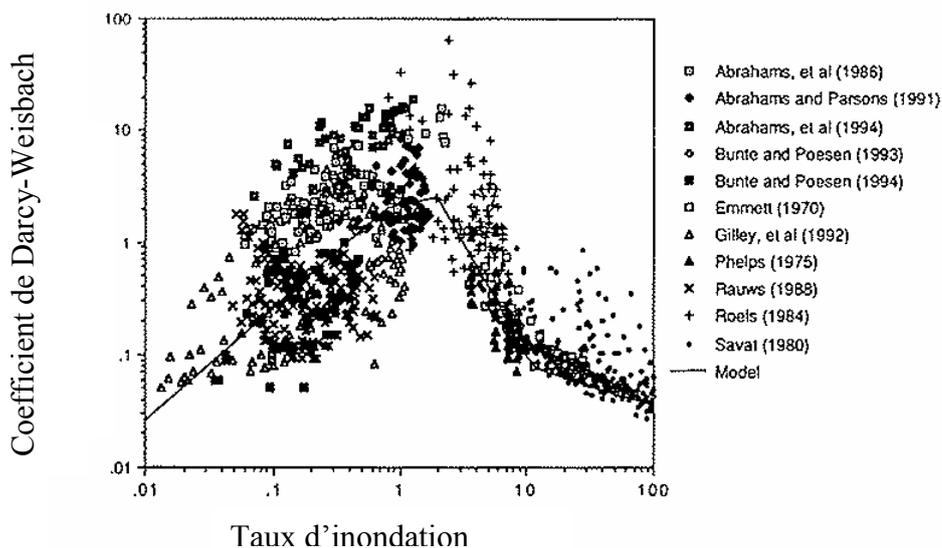


Figure 5 - Comparaison modèle/données pour des surfaces unimodales.

235 Représenter les données expérimentales en fonction du taux d'inondation et non plus du nombre de Reynolds fait apparaître une tendance bien plus évidente (cf figure 2). De plus le modèle présenté semble en bonne concordance avec les données expérimentales.

Dans un deuxième temps on inclut les données expérimentales sur des surfaces multimodales. La tendance générale reste en bonne adéquation avec le modèle mais la dispersion des données autour de celui-ci est plus importante (figure6).



240

Figure 6 - Comparaison modèle/données incluant les surfaces multimodales.

245 **Nouvelles mesures expérimentales**

Afin d'étudier la résistance hydraulique à l'écoulement sur une surface rugueuse le moulage d'une surface goudronnée est effectué. Une carte numérique des rugosités de cette surface est obtenue à l'aide d'un rugosimètre laser. Cette carte nous permet d'obtenir les caractéristiques des rugosités (moyenne, écart type, plan moyen) qui serviront à la définition du taux d'inondation.

250 Du fait de la géométrie complexe de la surface l'épaisseur de l'écoulement est la donnée la plus délicate à obtenir expérimentalement. La méthode proposée permet d'obtenir une estimation de la hauteur d'eau moyenne sur la surface et donc du taux d'inondation.

255 En supposant que la surface libre de l'écoulement est un plan parallèle au plan moyen des rugosités on peut la faire évoluer numériquement du niveau de la rugosité la plus basse à la plus haute (figure 7). Ainsi, on obtient le degré d'inondation de la surface (entre 0 et 100%). Ce dernier peut être relié au taux d'inondation en définissant un plan de référence pour mesurer la hauteur d'eau (figure 8). Dans la figure 8 la hauteur d'eau est définie par rapport

260 au plan moyen des rugosités.

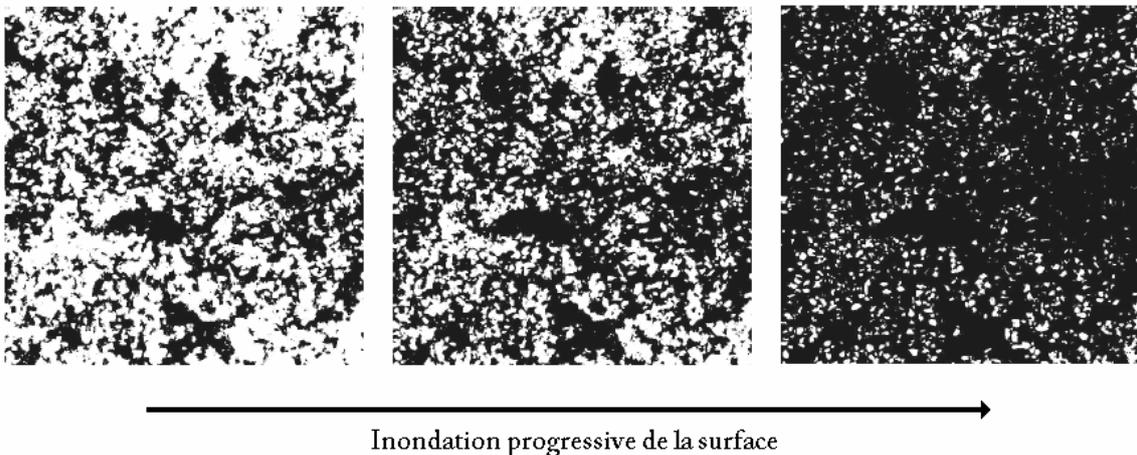
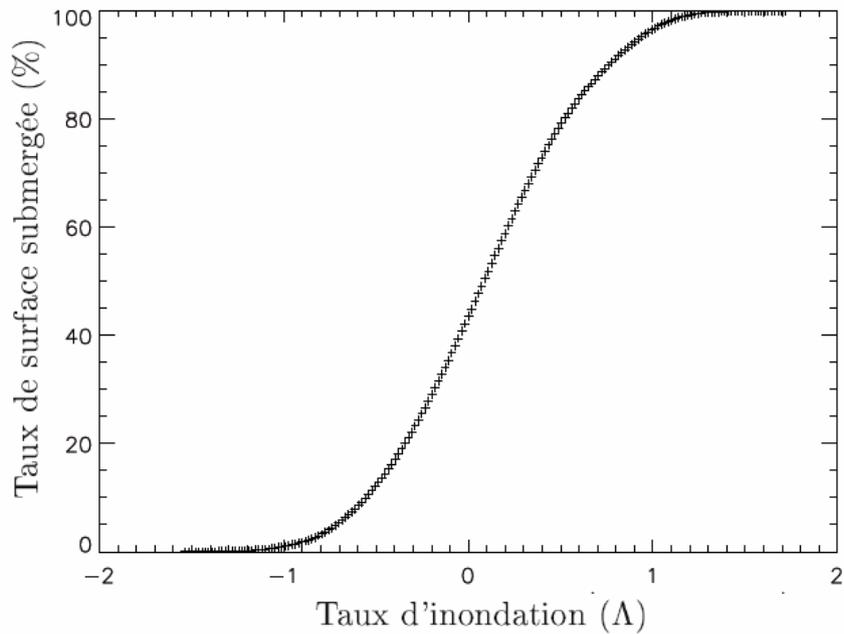


Figure 7 - En idéalisant la surface libre de l'écoulement par un plan on peut représenter numériquement l'inondation progressive de la surface.



265

Figure 8 - Degré d'inondation de la surface en fonction du taux d'inondation.

Le degré d'inondation est déterminé expérimentalement à partir d'une photo de l'écoulement prise de dessus. De la fluorécéine est ajouté au fluide pour augmenter le contraste. Lors d'une expérimentation, le débit et l'inclinaison de la pente sont relevés et une photo est prise. Les parties immergées et émergées sont ensuite identifiées par ordinateur (figure 9) ce qui permet de calculer le degré d'inondation de la surface et d'en déduire le taux d'inondation correspondant.

270

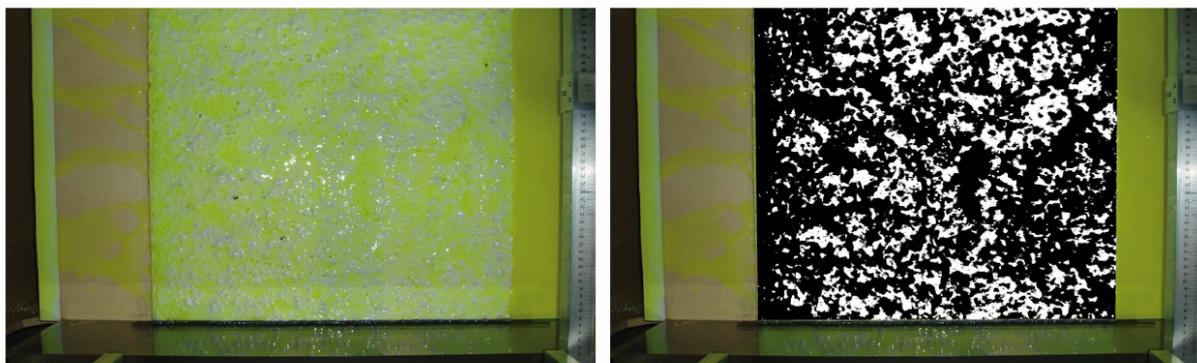


Photo originale

Identification des zones émergées

Figure 9 - Le degré d'inondation de la surface est calculé à partir d'une photo de l'écoulement. La fluorescéine permet d'augmenter le contraste entre les parties immergées et émergées de la surface.

275

La figure 10 présente les résultats expérimentaux obtenus sur le moulage de surface goudronnée ainsi que les résultats expérimentaux disponibles dans la littérature et déjà présentés sur les figures 5 et 6.

280

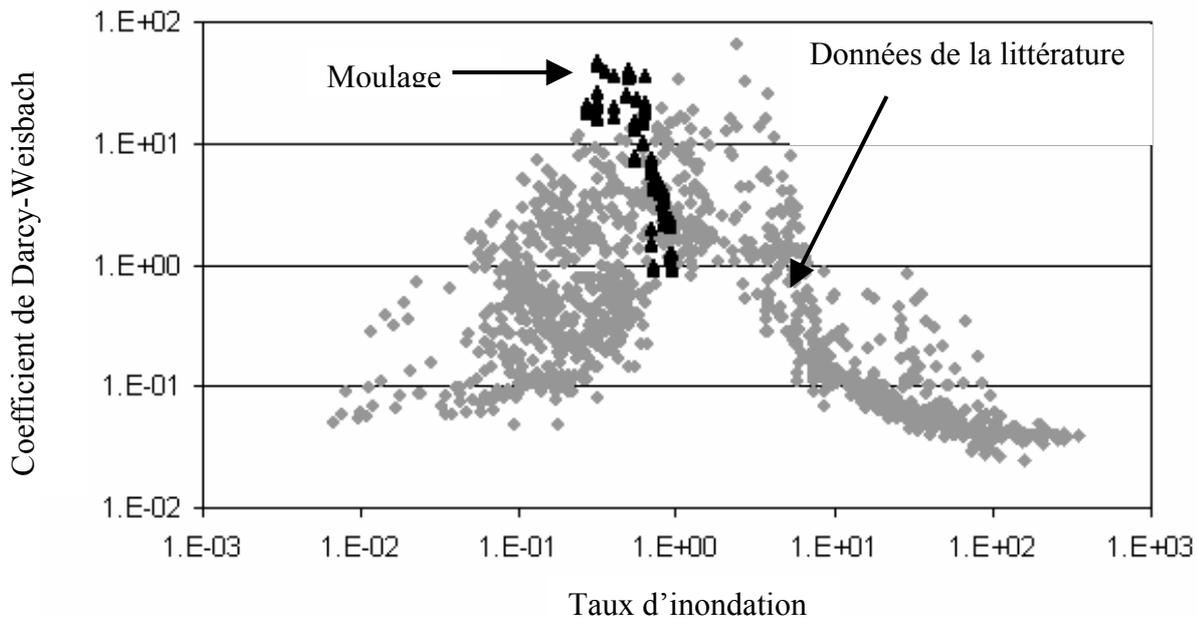


Figure 10 - Coefficient de Darcy-Weisbach en fonction du taux d'inondation. Comparaison des données disponibles dans la littérature et celles obtenues sur le moulage d'une surface goudronnée.

285 Conclusion

Le modèle présenté ci dessus met en évidence l'importance du taux d'inondation des surfaces rugueuses dans l'étude de la résistance hydraulique à l'écoulement. Cependant de nombreux paramètres ont été négligés ce qui explique la dispersion des données autour du modèle théorique. De plus il apparaît que la définition et la détermination expérimentale du taux d'inondation est délicate. En effet il n'y a pas de définition précise de la hauteur caractéristique des rugosités, celle-ci varie donc d'une étude à l'autre et est difficile à déterminer dans le cas de surfaces présentant des rugosités de tailles très variées. De plus l'épaisseur d'un écoulement sur une surface rugueuse est très hétérogène et n'est pas facile à déterminer expérimentalement.

295