
Electronique de puissance

Chapitre 3

VARIATEURS DE COURANT CONTINU À PULSATION



T A B L E D E S M A T I E R E S

	<u>PAGE</u>
3. VARIATEURS DE COURANT CONTINU A PULSATION	3
3.1 GÉNÉRALITÉS	3
3.2 APPLICATIONS.....	3
3.3 VARIATEUR DE COURANT CONTINU À PULSATION UNIDIRECTIONNEL.....	3
3.3.1 <i>Introduction</i>	3
3.3.2 <i>Montage abaisseur (step down)</i>	4
3.3.3 <i>Fonctionnement en conduction continue</i>	4
3.3.4 <i>Conduction intermittente</i>	10
3.3.5 <i>Montage élévateur (step up)</i>	14
3.4 VARIATEUR DE COURANT CONTINU À PULSATION BIDIRECTIONNEL.....	15
3.4.1 <i>Montage quadrants I et II</i>	15
3.4.2 <i>Montage quadrants I et IV</i>	15
3.4.3 <i>Montage quatre quadrants</i>	16
3.4.4 <i>Fonctionnement</i>	16
3.4.5 <i>Modulateur PWM</i>	16
3.4.6 <i>Séquence de commutations alternée</i>	17
3.4.7 <i>Séquence de commutation circulaire</i>	31
3.4.8 <i>Synthèse sur le comportement en fonction du type de commutation</i>	43
A. COURANT MOYEN ET EFFICACE DANS LES BRANCHES	45
A.1 COURANT CONTINU AVEC ONDULATION SUPERPOSÉE À CROISSANCE ET DÉCROISSANCE LINÉAIRE.....	45
A.2 COURANT PULSÉ AVEC ONDULATION SUPERPOSÉE À CROISSANCE LINÉAIRE.....	46
B. ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE LINÉAIRE DU PREMIER ORDRE	48
B.1 EXEMPLE THÉORIQUE	48
B.2 EXEMPLE : CHARGE AVEC TENSION INTERNE	49
C. DIAGRAMME STRUCTUREL.....	51
C.1 TENSION AUX BORNES DE LA CHARGE.....	51
C.2 DÉFINITION DE LA CHARGE	51

Bibliographie

INTRODUCTION GENERALE.

MODÉLISATION.

Les dispositifs de contrôle associés aux convertisseurs statiques permettent, par l'intermédiaire des commandes des composants de puissance, le contrôle de la commutation de ces derniers afin de fournir les grandeurs (tension et ou courant) désirées pour assurer la bonne marche de l'ensemble du système. Après une description des phénomènes transitoires, on définira trois niveaux de modélisation des convertisseurs statiques. Enfin la modélisation des convertisseurs statiques de base sera réalisée.

PHÉNOMÈNES TRANSITOIRES.

Les phénomènes transitoires qui se déroulent dans les convertisseurs statiques peuvent être séparés en quatre modes distincts :

- ultra rapides : phénomènes de commutation des semi-conducteurs,
- très rapides : phénomènes de commutation des convertisseurs statiques,
- rapides : phénomènes de réglage,
- lents : phénomènes thermiques,

Les modes ultra rapides sont dus aux phénomènes de commutation des semi-conducteurs. Vu les imperfections liées aux composants et à leurs connexions, des précautions doivent être prises afin d'éviter au maximum des oscillations de plusieurs MHz. L'analyse et les règles à adoptés font partie de la science de l'art de l'électronique de puissance

Les modes très rapides sont liés aux phénomènes de commutation des convertisseurs statiques. Ils provoquent des ondulations et des harmoniques en tension et en courant. Les fréquences en jeux vont de quelques centaines de Hz à plusieurs dizaines de kHz

Les modes rapides apparaissent lors de phénomènes de réglage. Les constantes de temps qui y interviennent vont de quelques ms à quelques centaines de ms.

Les modes lents sont en liaison avec les phénomènes d'échauffements. les constantes de temps déterminantes vont de quelques dizaines de ms à plusieurs minutes

NIVEAU DU MODÈLE

Pour la modélisation des convertisseurs statiques, on peut distinguer trois niveaux de modèles :

- Niveau montage : Utilisé pour l'analyse des modes ultra rapide et très rapide. Permet de déterminer l'allure des tensions et courants à l'intérieur des convertisseurs statiques.
- Niveau bornes : Utilisé pour étudier les harmoniques, les ondulations et les pulsations provoqués dans la charge par le convertisseur statique. Dans ce modèle on ne tient compte que de l'allure de la tension de sortie du convertisseur statique.
- Niveau système pseudo-continu : Utilisé pour l'analyse des phénomènes de réglage. Ce modèle se limite à la reproduction de la valeur moyenne glissante de la tension de sortie du convertisseur statique. Dans ce cas l'organe de commande est incorporé de manière simplifiée dans le système pseudo-continu.

La modélisation au niveau montage étant largement discutée dans les chapitres 2 et 3 du cours d'électronique de puissance, nous nous bornerons à la modélisation au niveau bornes. La modélisation au niveau pseudo-continu fait l'objet d'un autre cours intitulé *Systemes Électroniques*. La Figure 3-1 ci-dessous donne une représentation schématique de la modélisation aux niveaux bornes.

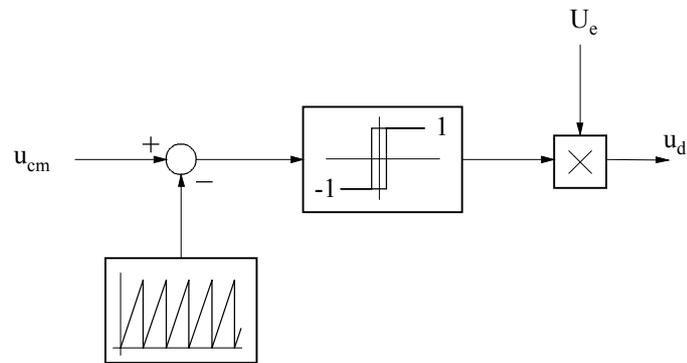


Figure 3-1 : Modèle pour convertisseurs statiques au niveau bornes

Dans ce chapitre, nous nous bornerons non seulement à définir une modélisation au niveau bornes mais nous construirons également l'ensemble des relations permettant le dimensionnement des composants constituant le variateur.

3. VARIATEURS DE COURANT CONTINU A PULSATION

3.1 GÉNÉRALITÉS

Les variateurs de courant continu à pulsation entre dans la catégorie des convertisseurs statiques pour la conversion continue. Pour sa réalisation, on utilise des transistors de puissance (bipolaires, MOSFET ou IGBT) pour des puissances jusqu'à une centaine de kW, avec des fréquences de pulsation égale ou supérieures à 10kHz. Pour des puissances de quelques centaines de kW ou plus, on utilise couramment des GTO mais à des fréquences de pulsation assez basses (500Hz à 1000Hz). Dans cette section, on décrira le fonctionnement des variateurs de courant continu unidirectionnel et bidirectionnel (appelés aussi hacheurs ou convertisseurs directs).

3.2 APPLICATIONS

Les applications des variateurs de courant continu sont très vastes. Selon les puissances mises en jeu, on peut citer quelques exemples d'applications :

- Petite puissance (de quelques centaines de W à quelques kW) :
Commande d'un mouvement par l'intermédiaire d'un moteur, alimentation stabilisée, etc ...
- Puissances moyennes (quelques dizaines de kW) :
Alimentation pour voiture électrique à batteries alimentation de centrale téléphonique, électroérosion, etc ...
- Grande puissance (quelques centaines de kW à quelques MW) :
Traction électrique à courant continu : chemin de fer, tram, trolleybus, etc ...

3.3 VARIATEUR DE COURANT CONTINU À PULSATION UNIDIRECTIONNEL

3.3.1 Introduction

L'étude du variateur de courant continu à pulsation unidirectionnel présente de forte similitude avec celle réalisée au chapitre 2 (*Commutation sur charge inductive*). Pour des raisons de simplicité et conformément à la majorité des cas se présentant dans la pratique, on utilisera une approximation du 1^{er} ordre pour les exponentielles ($e^x \cong 1+x$). Cette manière de procéder ce traduit par la définition approximative suivante :

- pour une inductance :

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \cong L \frac{\Delta i_L(t)}{\Delta t} \quad 3.1$$

- pour un condensateur :

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} \cong C \frac{\Delta u_C(t)}{\Delta t} \quad 3.2$$

où

- Δt : représente le temps d'enclenchement t_e ou le temps de déclenchement t_d du contacteur statique.
 Δi_L : représente l'ondulation de courant dans l'inductance.
 Δu_C : représente l'ondulation de tension aux bornes du condensateur

On verra dans certains cas les limites d'utilisation de cette méthode en fonction de la précision désirée.

3.3.2 Montage abaisseur (step down)

Le montage d'un variateur de courant continu unidirectionnel est représenté à la Figure 3-1

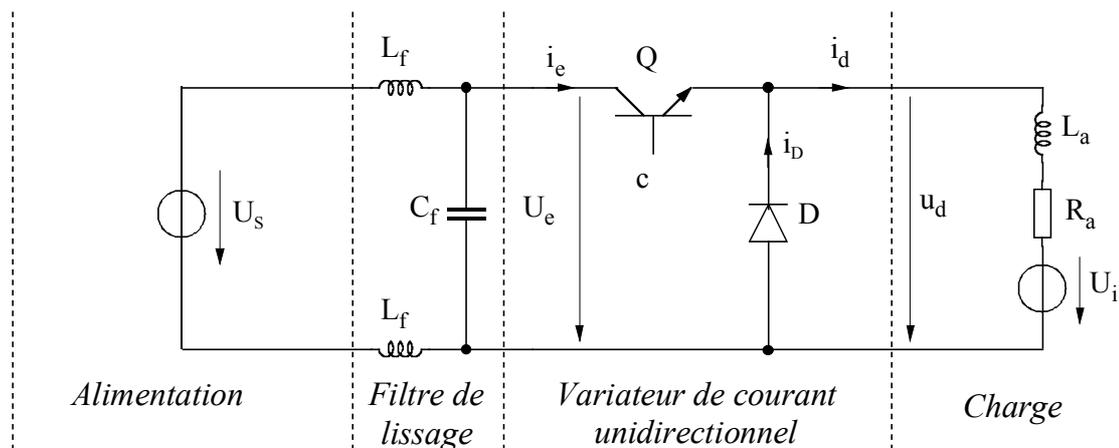


Figure 3-1 : Montage d'un variateur de courant continu unidirectionnel

3.3.3 Fonctionnement en conduction continue

La Figure 3-2 représente les schémas équivalents pour les deux états du transistor Q.

- pour $0 \leq t < t_e$
le transistor Q est fermé

$$u_d = U_e \quad \text{et} \quad i_d = i_e \quad 3.3$$

- pour $t_e \leq t < T_p$
le transistor Q est ouvert, la diode D conduit

$$u_d = 0 \quad \text{et} \quad i_e = 0 \quad 3.4$$

Dans ce cas on ne peut travailler que dans un quadrant du plan (u_d, i_d) , celui où u_d et i_d sont positifs.

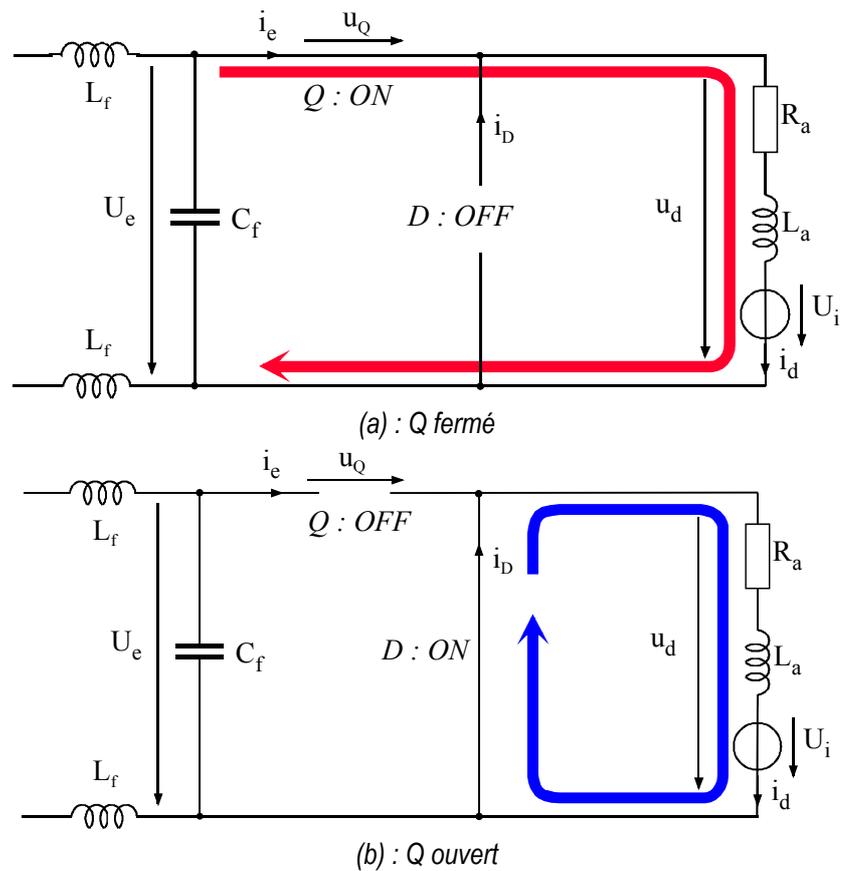


Figure 3-2 : Etats de fonctionnement du variateur de courant unidirectionnel

3.3.3.1 Tension continue idéale

La valeur moyenne U_d de la tension de sortie u_d dépend des durées d'enclenchement t_e et de déclenchement t_d .

La période de pulsation est

$$T_p = t_e + t_d \tag{3.5}$$

A vide, en fonctionnement idéalisé, c'est-à-dire sans tenir compte des caractéristiques propres au contacteur statique du transistor, la valeur moyenne idéale U_{di} est donnée par la relation

$$U_{di} = \frac{U_e \cdot t_e + 0 \cdot t_d}{t_e + t_d} = \frac{t_e}{T_p} \cdot U_e = D \cdot U_e \tag{3.6}$$

où D représente le rapport cyclique (duty cycle) d'enclenchement du transistor

$$D = \frac{t_e}{T_p} \tag{3.7}$$

Avec cette relation, on peut tracer la caractéristique idéale de la Figure 3-3. Elle représente la tension continue idéale U_{di} rapportée à U_e en fonction du rapport cyclique.

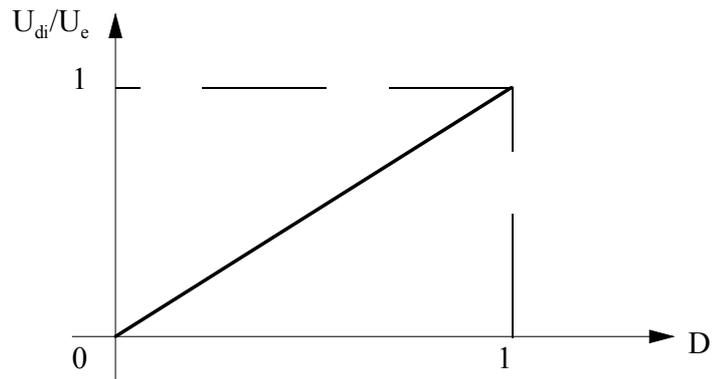


Figure 3-3 : Caractéristique idéale d'un variateur à courant continu unidirectionnel

3.3.3.2 Schéma équivalent au niveau bornes

Le schéma équivalent au niveau bornes est très simple puisqu'il consiste en une source de tension.

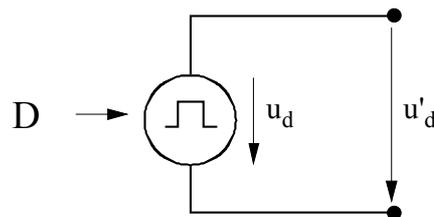


Figure 3-4 : Schéma équivalent du modèle au niveau bornes

3.3.3.3 Courant moyen dans la charge et ondulation du courant

Dans la pratique, la constante de temps électrique de la charge $\tau = L_a/R_a$ est beaucoup plus grande que la période de pulsation du variateur de courant continu. On admet également que la tension d'alimentation U_e et la tension interne U_i sont constantes sur une période de pulsation. Ces valeurs ainsi que le courant moyen dans la charge I_d correspondent à leur moyenne glissante. Fort de ces hypothèses, il est possible de limiter les fonctions exponentielles liant du courant de charge aux deux premiers termes de leur décomposition en série, soit

$$e^{-t/\tau} = 1 - \frac{t}{\tau}$$

Par cette approximation, on admet que toute variation de courant, à l'intérieur sur une période de pulsation, est linéaire.

3.3.3.4 Allure des tensions et des courants dans le cas de la conduction continue

La Figure 3-5 représente les allures des différentes tensions et courants dans le variateur de courant continu en conduction continue. Le courant i_d dans la charge ne s'annule jamais.

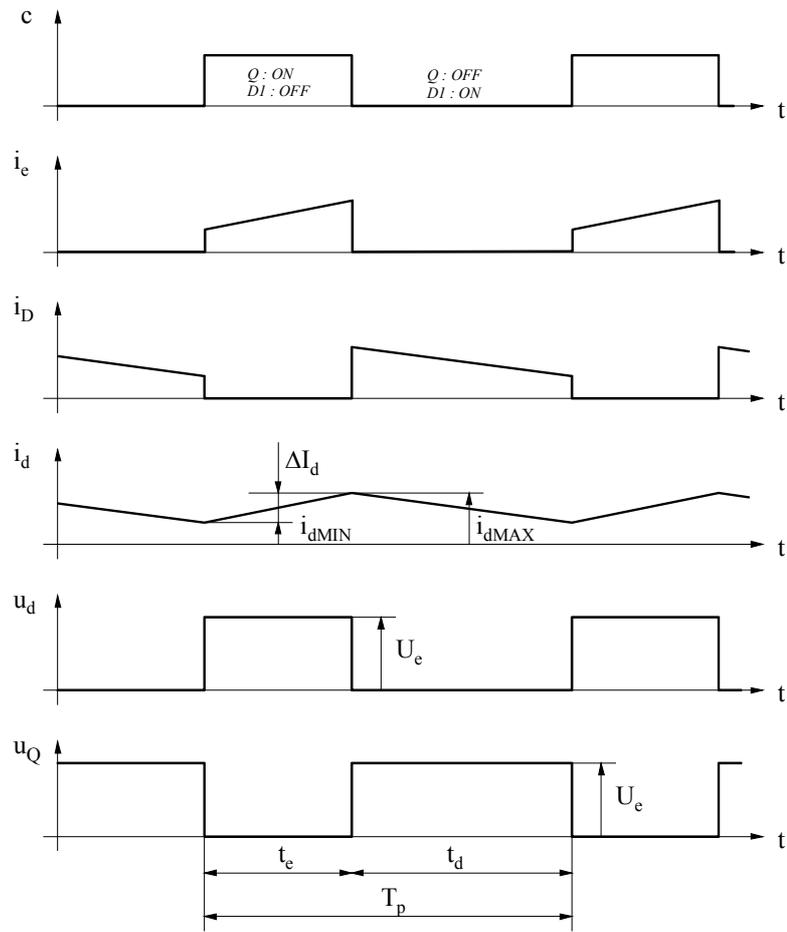


Figure 3-5 : Allure des tensions et des courants en conduction continue

La Figure 3-6 illustre dans le détail la tension aux bornes de la charge en fonction de l'état des contacteurs statiques Q et D₁.

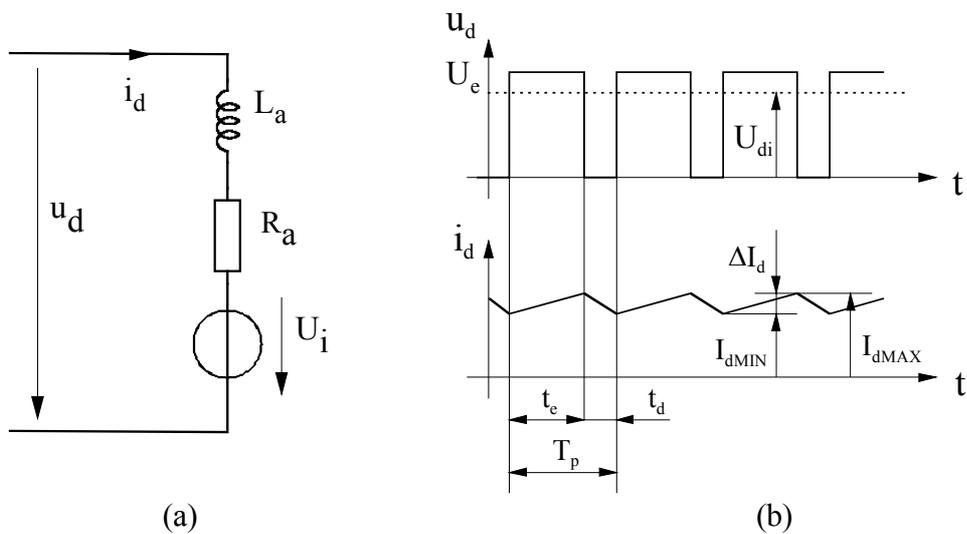


Figure 3-6 : Ondulation du courant continu

(a) schéma équivalent simplifié

(b) allure de la tension u_d et du courant continu i_d

On peut écrire pour l'ondulation du courant I_d dans la charge

Q conducteur : $0 \leq t < t_e$

$$\Delta I_d^{[t_e]} = \frac{U_L}{L} \cdot t_e = \frac{U_e - (U_i + R_a \cdot I_d)}{L_a} \cdot t_e \quad 3.8$$

Q bloqué : $t_e \leq t < T_p$

$$\Delta I_d^{[t_d]} = \frac{U_L}{L} \cdot t_d = \frac{0 - (U_i + R_a \cdot I_d)}{L_a} \cdot t_d \quad 3.9$$

En régime permanent (steady state), on peut écrire

$$\begin{aligned} \Delta I_d^{[t_e]} &= -\Delta I_d^{[t_d]} \\ \frac{U_e - (U_i + R_a \cdot I_d)}{L_a} \cdot t_e &= \frac{U_i + R_a \cdot I_d}{L_a} \cdot t_d \\ U_e \cdot t_e &= (U_i + R_a \cdot I_d) \cdot (t_e + t_d) \\ U_{di} &= U_i + R_a \cdot I_d \end{aligned} \quad 3.10$$

Cette relation montre bien que la tension moyenne aux bornes de l'inductance est nulle en régime permanent.

Le courant moyen dans la charge vaut donc

$$I_d = \frac{U_{di} - U_i}{R_a} \quad 3.11$$

Les variations positives et négatives du courant deviennent

$$\begin{aligned} \Delta I_d^{[t_e]} &= \frac{U_e - U_{di}}{L_a} \cdot t_e = U_e \cdot \frac{(1 - \frac{t_e}{T_p})}{L_a} \cdot t_e \\ &= \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot (1 - D) \cdot D \end{aligned} \quad 3.12$$

et

$$\begin{aligned} \Delta I_d^{[t_d]} &= \frac{-U_{di}}{L_a} \cdot t_d = -\frac{U_e \cdot D}{L_a} \cdot (T_p - t_e) \\ &= -\frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot (1 - D) \cdot D \end{aligned} \quad 3.13$$

Soit en toute généralité

$$\Delta I_d = \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot (1 - D) \cdot D = \frac{U_e}{R_a} \cdot \frac{T_p}{\tau} \cdot (1 - D) \cdot D \quad 3.14$$

L'ondulation maximum du courant en fonction du rapport cyclique D est déterminée par

$$\frac{\partial \Delta I_d}{\partial D} = \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot [(1-D) - D] = 0 \quad \text{pour } D = \frac{1}{2} \quad 3.15$$

et par conséquent

$$\Delta I_{dMAX} = \frac{1}{4} \cdot \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \quad 3.16$$

L'ondulation de courant ΔI_d en fonction du rapport cyclique D est représentée à la Figure 3-7. Il faut noter que l'ondulation de courant est inversement proportionnelle non seulement à l'inductance de la charge mais aussi à la fréquence de pulsation f_p . En augmentant cette dernière, on peut obtenir une ondulation du courant continu très faible, qui peut très souvent être négligée. Néanmoins, la fréquence de pulsation est limitée par les pertes de commutation dans les transistors.

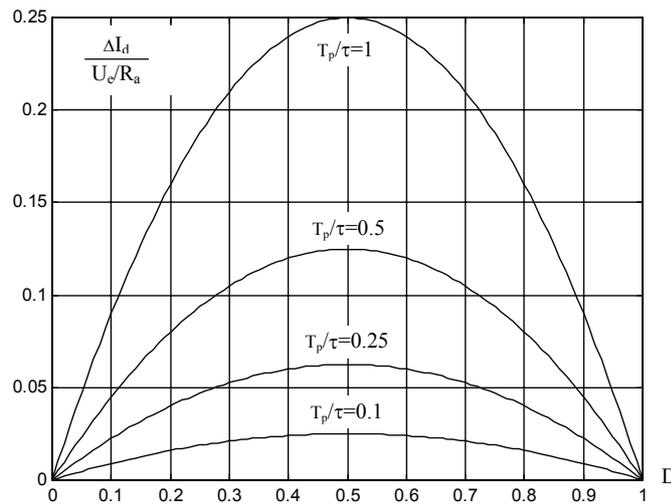


Figure 3-7 : Ondulation du courant en fonction du rapport cyclique

Au chapitre 2, on a démontré que la valeur non approchée de l'ondulation de courant à la forme suivante :

$$\Delta I_d = \frac{U_e}{R_a} \cdot \frac{(1 - e^{-t_e/\tau})(1 - e^{-t_d/\tau})}{1 - e^{-T_p/\tau}} \quad 3.17$$

Avec $t_e = t_d = T_p/2$, on en déduit la valeur maximale de l'ondulation de courant

$$\Delta I_{dmax} = \frac{U_e}{R_a} \cdot \frac{(1 - e^{-T_p/2\tau})^2}{1 - e^{-T_p/\tau}} = \frac{U_e}{R_a} \cdot \frac{1 - e^{-T_p/2\tau}}{1 + e^{-T_p/2\tau}} \quad 3.18$$

A la Figure 3-8 on a représenté l'erreur commise lors de la détermination de l'ondulation sous sa forme approchée.

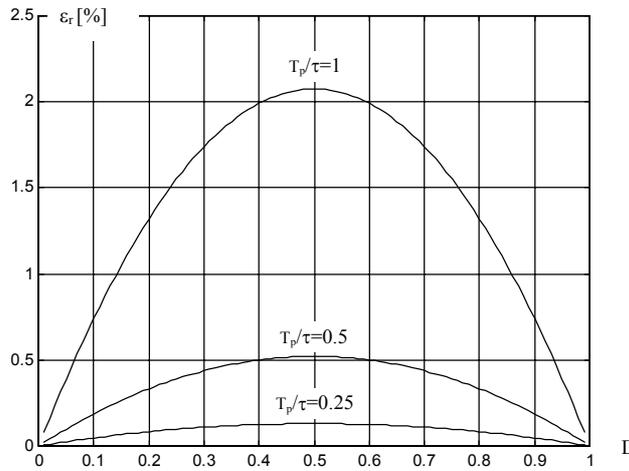


Figure 3-8 : Erreur relative de l'ondulation de courant entre la méthode exacte et la méthode approchée

3.3.4 Conduction intermittente

Il est possible qu'à de faibles valeurs de courant continu, ce dernier s'annule avant que le contacteur statique soit de nouveau enclenché. Ainsi le courant devient intermittent comme il est représenté à la Figure 3-9 . La limite de la conduction continue apparaît lorsque le courant moyen I_d vaut la moitié de l'ondulation de courant ΔI_d

$$I_{dLIM} = \frac{U_{di} - U_{iLIM}}{R_a} = \frac{\Delta I_d}{2} = \frac{U_e \cdot T_p}{2 \cdot L_a} \cdot (1 - D) \cdot D \tag{3.19}$$

Pour une tension d'alimentation U_e , une charge et un rapport cyclique D donné, la limite de la conduction continue dépend de la tension interne U_i . On peut donc écrire

$$\begin{aligned} U_{iLIM} &= U_{di} - \frac{U_e \cdot T_p}{2 \cdot L_a} \cdot R_a \cdot (1 - D) \cdot D \\ &= U_e \cdot D \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{T_p}{\tau} \cdot (1 - D)\right) \end{aligned} \tag{3.20}$$

Le soin de la démonstration étant laissé au lecteur, on donne ici la relation exacte de la tension interne limite de la conduction continue

$$U_{iLIM} = \frac{(1 - e^{-t_e/\tau}) \cdot e^{-t_d/\tau}}{(1 - e^{-T_p/\tau})} \cdot U_e \tag{3.21}$$

En comparant cette relation avec la relation approchée 3.20, on peut déterminer l'erreur relative en fonction du rapport entre la période la constante électrique afin de déterminer les limites de la méthode approchée.

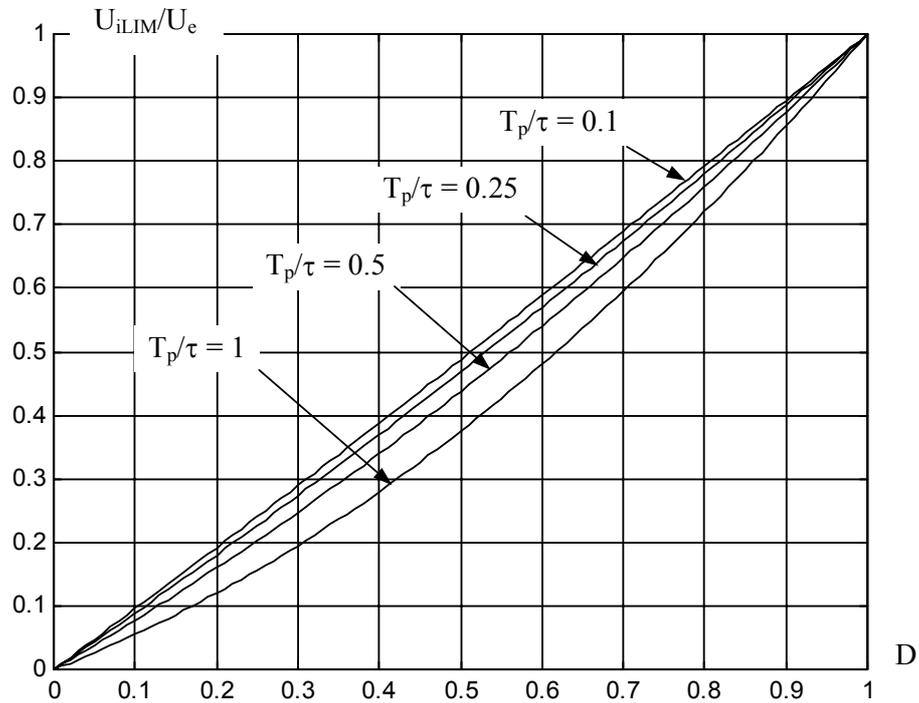


Figure 3-9 : Tension interne rapportée à la tension d'alimentation donnant la limite de la conduction continue

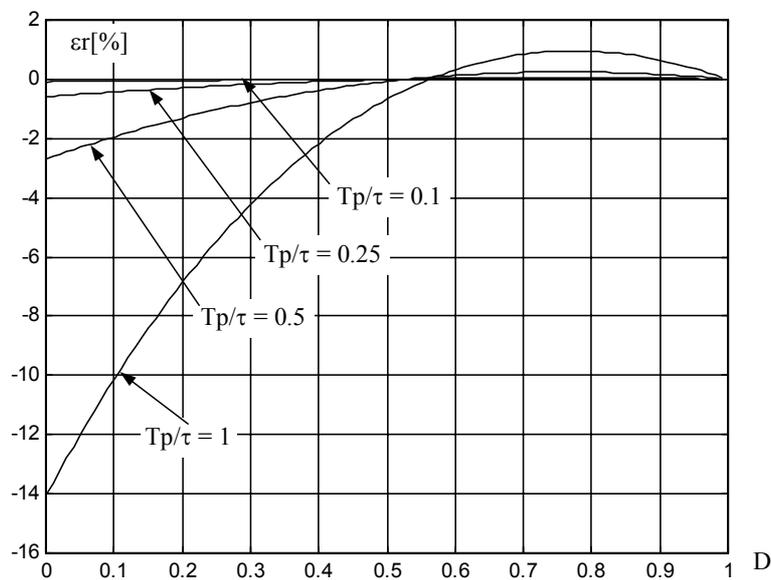


Figure 3-10 : Limite de la conduction continue (erreur commise par la méthode approchée)

La Figure 3-11 représente l'allure des tensions et des courants dans un variateur de courant continu (abaisseur de tension) en régime de conduction intermittente. A l'enclenchement du transistor Q, le courant augmente quasi linéairement dans ce dernier et dans la charge. Au moment du blocage du transistor, le courant i_d diminue quasi linéairement et devient nul avant que le transistor ne s'enclenche à nouveau. Le temps de conduction de la diode t_d' sera

inférieur au temps de déclenchement du transistor. Dès cet instant, le transistor Q et la diode D étant bloqués, la tension aux bornes de la charge u_d sera égale à la tension induite U_i .

En résumé, on a :

- Si $U_i < U_{iLIM}$: Conduction continue
- Si $U_i = U_{iLIM}$: Limite de la conduction continue
- Si $U_i > U_{iLIM}$: Conduction intermittente

Comme pour la conduction intermittente, on peut écrire

Q conducteur, D₁ bloqué : $0 \leq t < t_e$

$$I_{dMAX} = \frac{U_L}{L_a} \cdot t_e = \frac{U_e - (U_i + R_a \cdot I_d)}{L_a} \cdot t_e = \frac{U_e - U_{di}}{L_a} \cdot t_e \quad 3.22$$

Q bloqué, D₁ conducteur : $t_e \leq t < t_e + t'_d$

$$I_{dMAX} = -\frac{U_L}{L_a} \cdot t'_d = \frac{(U_i + R_a \cdot I_d)}{L_a} \cdot t'_d = \frac{U_{di}}{L_a} \cdot t'_d \quad 3.23$$

On a donc

$$\frac{U_e - U_{di}}{L_a} \cdot t_e = \frac{U_{di}}{L_a} \cdot t'_d \quad 3.24$$

Et par conséquent

$$t'_d = \left(\frac{U_e}{U_{di}} - 1 \right) \cdot t_e \quad 3.25$$

Le courant moyen dans la charge I_d est déterminé par l'aire du triangle défini à la Figure 3-11

$$\begin{aligned} I_d &= \frac{1}{2} \cdot (I_{dMAX} \cdot t_e + I_{dMAX} \cdot t'_d) \cdot \frac{1}{T_p} = \frac{1}{2} \cdot I_{dMAX} \cdot \frac{1}{T_p} \cdot (t_e + t'_d) \\ &= \frac{U_e - U_{di}}{2 \cdot L_a} \cdot \frac{t_e}{T_p} \cdot t_e \cdot \frac{U_e}{U_{di}} = \frac{U_e \cdot T_p}{2 \cdot L_a} \cdot \left(\frac{t_e}{T_p} \right)^2 \cdot \left(\frac{U_e}{U_{di}} - 1 \right) \end{aligned} \quad 3.26$$

Et finalement

$$I_d = \frac{U_e \cdot T_p}{2 \cdot L_a} \cdot D^2 \cdot \left(\frac{U_e}{U_{di}} - 1 \right) \quad 3.27$$

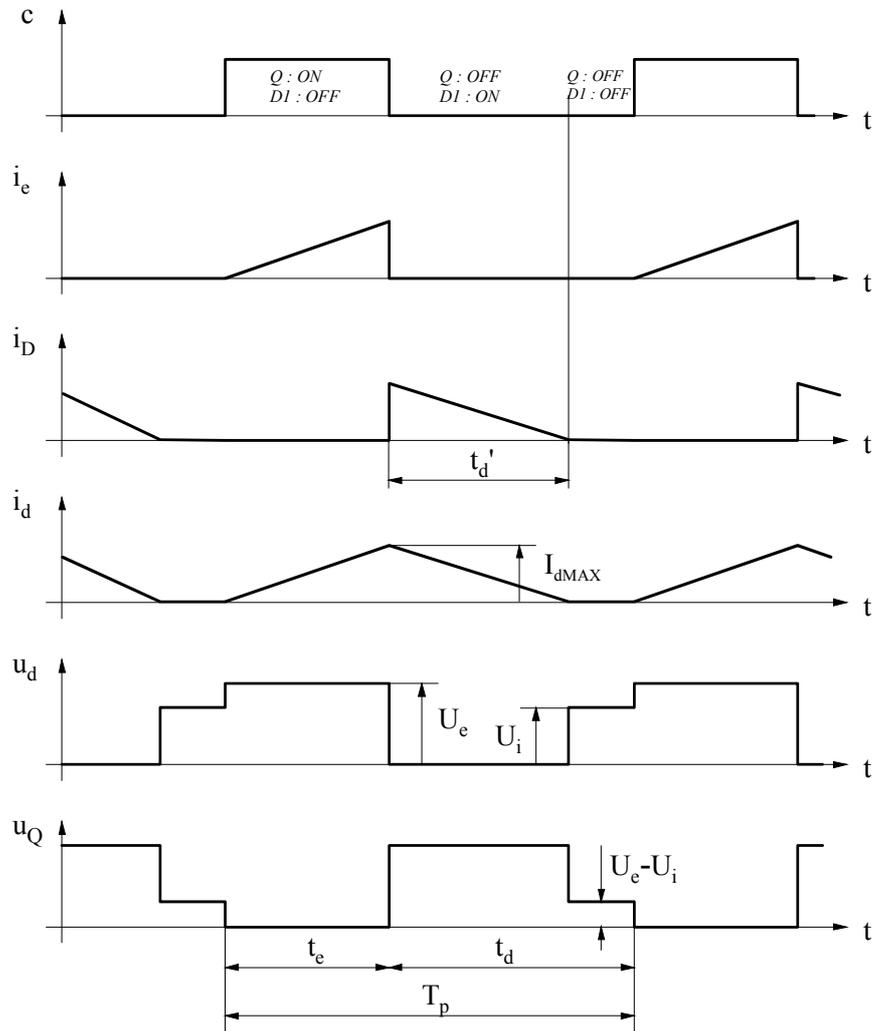


Figure 3-11 : Allure des tensions et des courants en régime de conduction intermittente

La caractéristique statique liant le rapport U_e/U_{di} au rapport cyclique D prend la forme

$$\frac{U_{di}}{U_e} = \frac{D^2}{D^2 + \frac{I_d}{U_e \cdot T_p} \cdot \frac{1}{2 \cdot L_a}} \quad 3.28$$

A l'aide des relations 3.5 et 3.28, on peut représenter la caractéristique de charge d'un variateur de courant continu unidirectionnel en régime de conduction continue et intermittente. La limite de la conduction intermittente étant définie par la relation 3.19.

La caractéristique obtenue à la Figure 3-12 montre que le montage abaisseur (step down) étudié ne fonctionne que dans le **quadrant I** ($u_d > 0, i_d > 0$).

Dans ce cas la source d'énergie est l'alimentation, la charge jouant le rôle de consommateur (fonctionnement moteur).

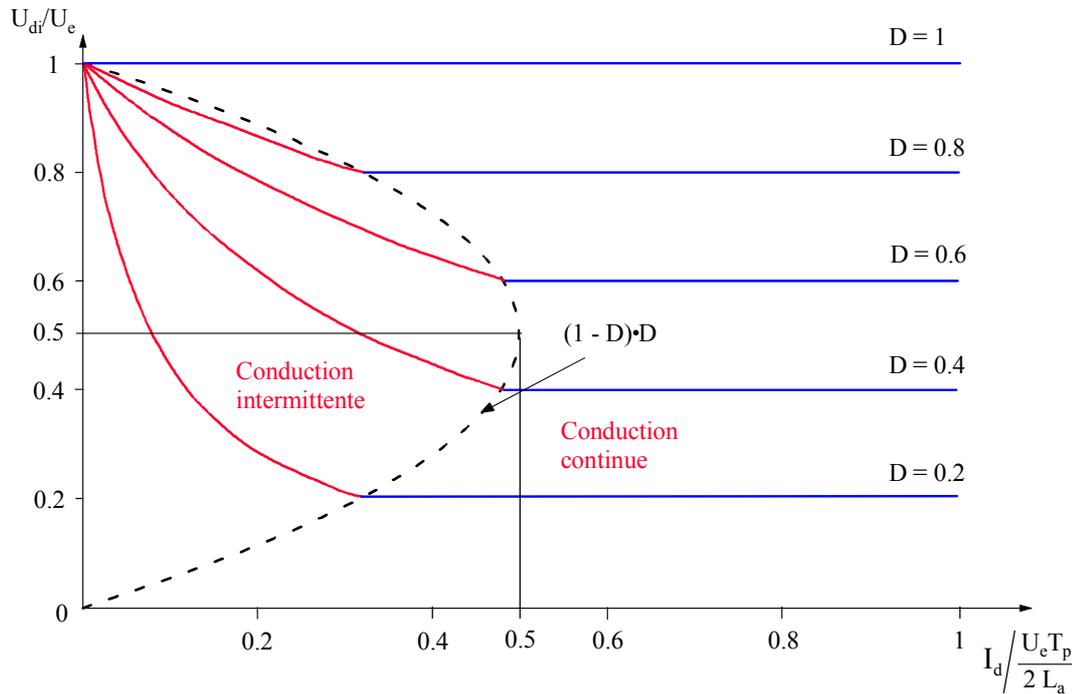


Figure 3-12 : Caractéristique de charge d'un variateur de courant continu unidirectionnel

3.3.5 Montage élévateur (step up)

En modifiant le montage abaisseur, il est possible de travailler dans le **quadrant II** ($u_d > 0$, $i_d < 0$). Dans ce cas la source d'énergie est la charge (fonctionnement générateur), l'alimentation devant avoir la capacité d'absorber l'énergie.

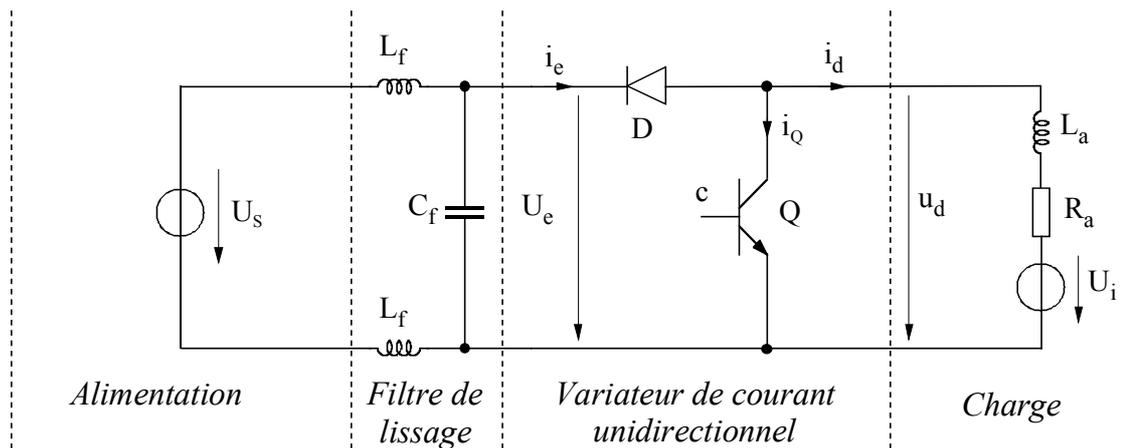


Figure 3-13 : Montage d'un variateur de courant continu unidirectionnel

Le soin est laissé au lecteur de déterminer l'ensemble des relations mathématiques régissant le fonctionnement de ce montage pour les deux types de conduction (continue et intermittente).

3.4 VARIATEUR DE COURANT CONTINU À PULSATION BIDIRECTIONNEL

3.4.1 Montage quadrants I et II

A partir des montages unidirectionnels abaisseur et élévateur, il est possible de réaliser un montage permettant de travailler dans les quadrants I et II ($u_d > 0$)

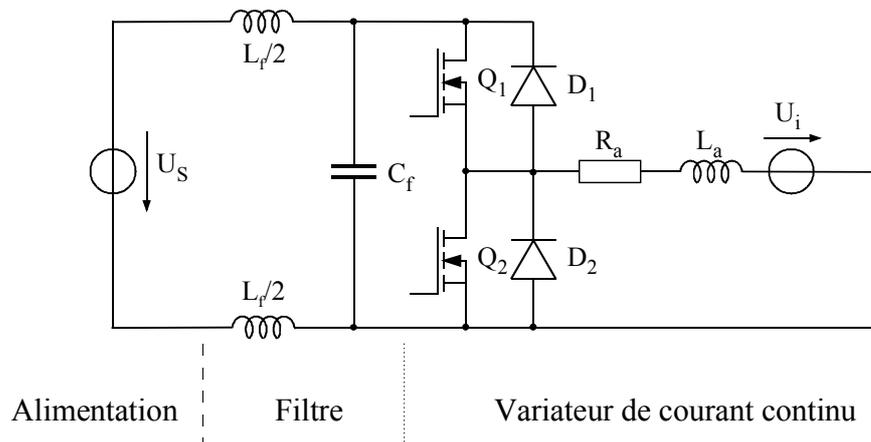


Figure 3-14 : Montage du variateur de courant continu (quadrants I et II)

Dans ce montage, il n'y a plus de conduction intermittente

3.4.2 Montage quadrants I et IV

A partir des montages unidirectionnels abaisseur et élévateur, il est possible de réaliser un montage permettant de travailler dans les quadrants I et IV ($i_d > 0$)

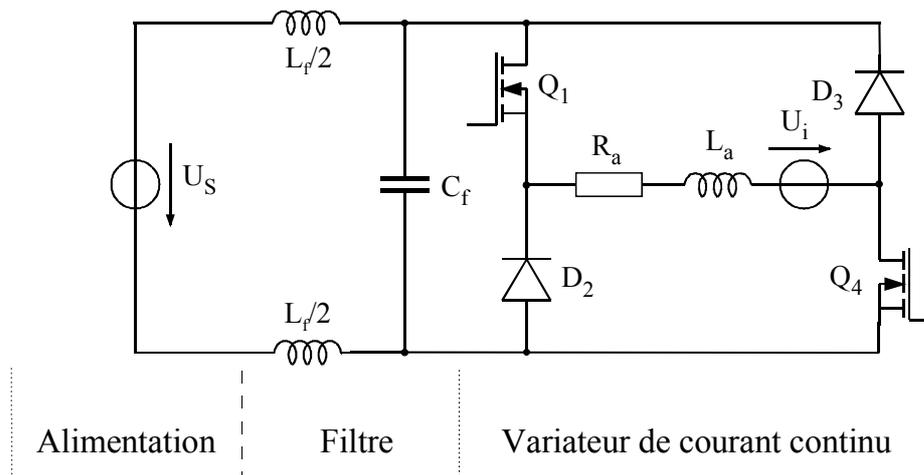


Figure 3-15 : Montage du variateur de courant continu (quadrants I et IV)

Dans ce montage, la conduction intermittente reste possible.

3.4.3 Montage quatre quadrants

A partir de l'ensemble des montages vus dans les paragraphes précédents, il est possible de réaliser un montage permettant de travailler dans les quatre quadrants. Ce montage appelé variateur de courant continu bidirectionnel ou pont en H (*H-bridge or two phases inverter*) est représenté à la Figure 3-16

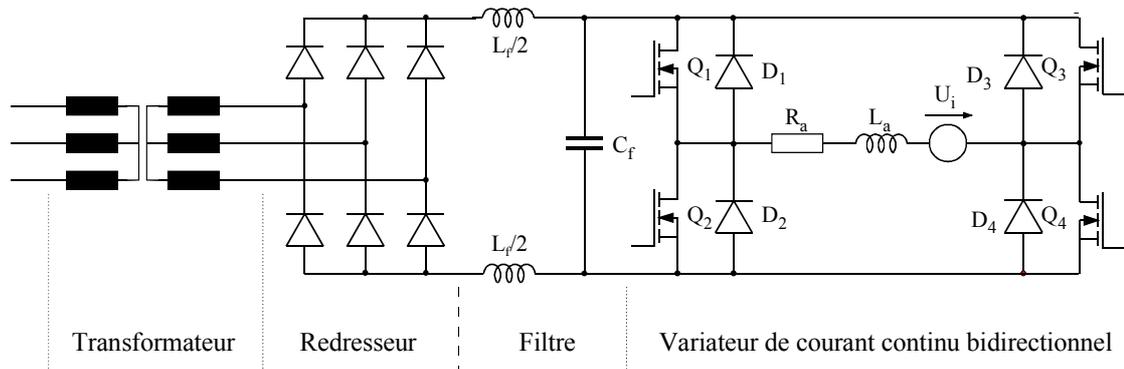


Figure 3-16 : Montage d'un variateur de courant continu bidirectionnel

3.4.4 Fonctionnement

Le variateur de courant continu bidirectionnel permet de travailler dans les quatre quadrants du plan u_d, i_d , c'est-à-dire u_d et i_d peuvent être positifs ou négatifs de manière indépendante. Selon l'état de conduction des semiconducteurs on peut avoir pour la tension aux bornes de la charge soit $u_d = U_e$, $u_d = 0$ ou $u_d = -U_e$. Ainsi ce montage permet, selon une commande appropriée, de travailler en onduleur monophasé. On décrira ci-dessous deux possibilités de commande qui donnent chacune une forme particulière à la tension u_d .

En effet, il existe plusieurs scénarios de commande pour un pont en H. Vu l'importance du choix de la séquence de commutation, nous allons décrire ici les types de séquence les plus utilisées.

3.4.5 Modulateur PWM

Le modulateur de largeur d'impulsion PWM peut être numérique ou analogique. Le concept est toutefois identique. Il s'agit de comparer un ou plusieurs signaux en dent de scie ou de forme triangulaire à une grandeur de commande. Selon le résultat de la comparaison, les états (ouvert ou fermé) des contacteurs statiques sont définis.

Nous nous attarderons à deux types de séquences présentant chacune des avantages et des inconvénients. C'est au concepteur du pont en H, en fonction des spécifications à respecter, de définir le type de commutation le mieux adapté.

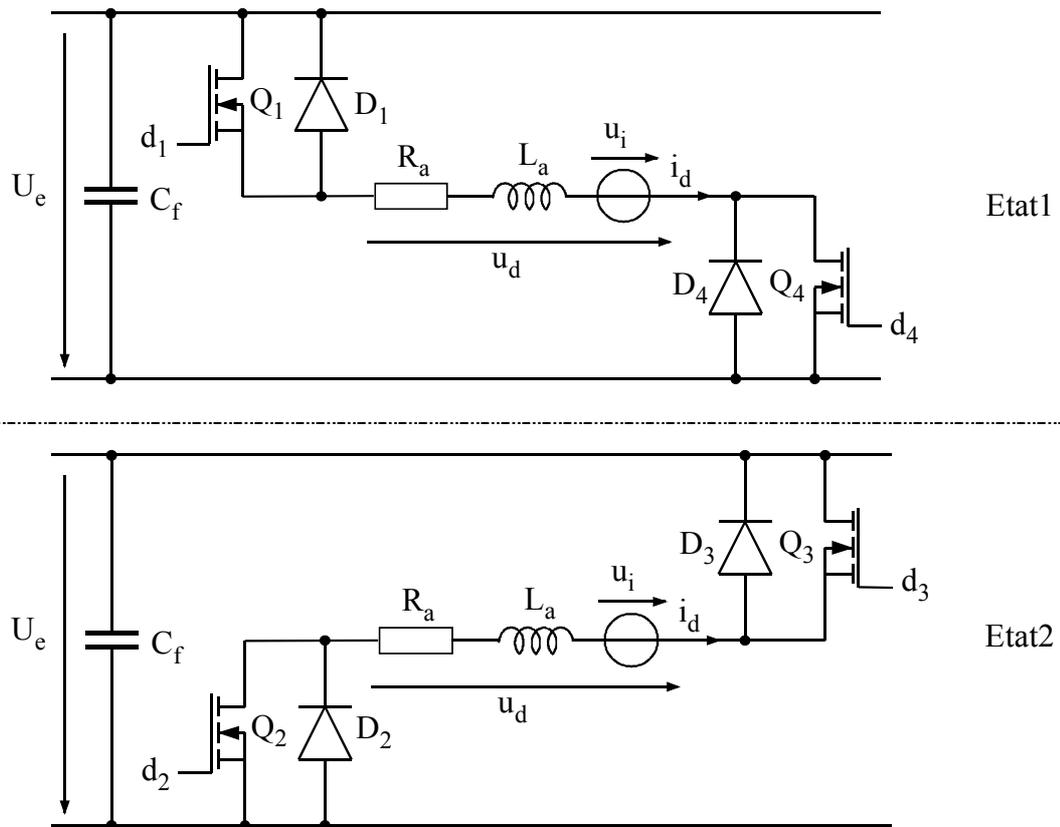


Figure 3-18 : Séquence de commutations alternée : Contacteurs statiques actifs

3.4.6.2 Définition des états possibles pour le pont en H

En fonction du sens du courant, ce dernier peut passer par les transistors à l'état ON ou par les diodes de roue libre. Selon le type de contacteur statique (IGBT, Transistor bipolaire), ou pour les MOSFET avec la présence d'une diode de conduction (utilisée pour empêcher le passage du courant par les diodes intrinsèques des MOSFET), le courant passera par la diode polarisée en sens direct plutôt que par le contacteur statique (courant inverse). Ce type de commutation impose une tension alternativement positive $u_d = U_e$ et négative $u_d = -U_e$ aux bornes de la charge, la conduction intermittente n'existe pas. Les Figure 3-19 et Figure 3-20 illustrent les quatre cas possibles. Si les transistors conduisent, le flux d'énergie va de la source vers la charge. Si les diodes sont conductrices, le flux d'énergie va de la charge vers la source.

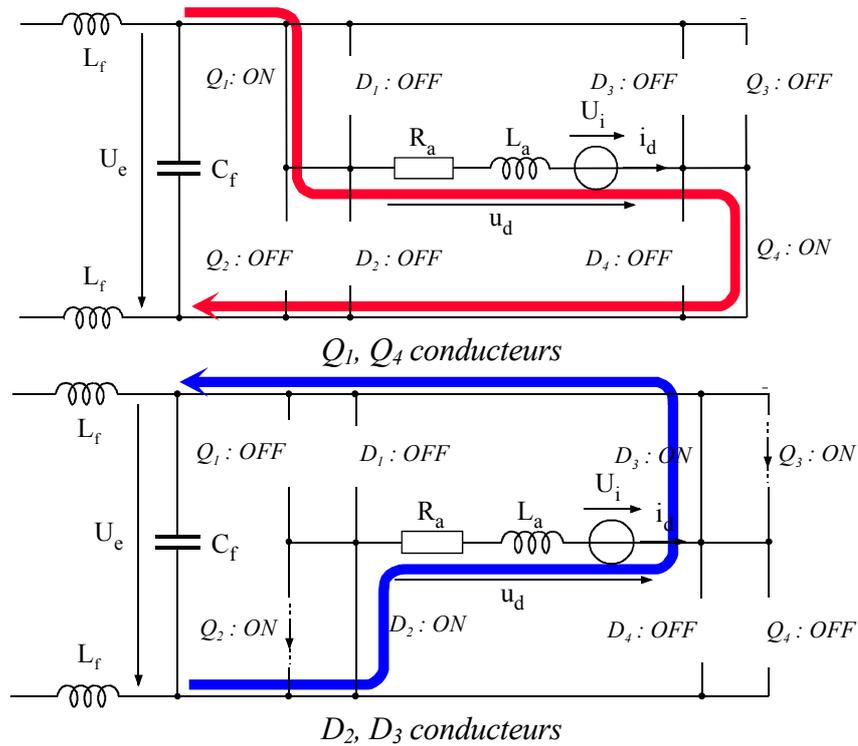


Figure 3-19 : Etats actifs lors d'une commande de commutation alternée pour $I_d > 0$

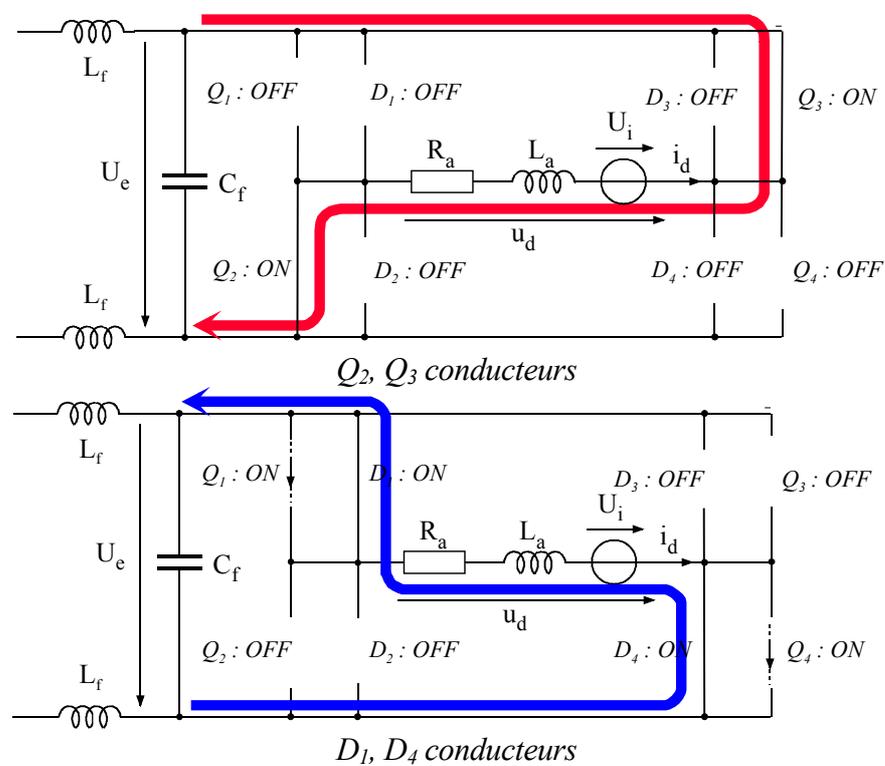


Figure 3-20 : Etats actifs lors d'une commande de commutation alternée pour $I_d < 0$

3.4.6.3 Allure des tensions et des courants

Dans le cas de la commutation alternée, nous pouvons distinguer quatre cas, auxquels nous ajouterons un cas particulier. En effet, ce type de variateur de courant continu à pulsation peut travailler dans les quatre quadrants. Les paragraphes suivants décrivent dans le détail le fonctionnement dans chaque quadrant.

3.4.6.3.1 Fonctionnement dans le quadrant I ($U_{di} > 0, I_d > 0$)

La Figure 3-21 illustre le cas où le courant dans la charge est strictement positif. La tension moyenne U_{di} aux bornes de la charge est positive et supérieure à la tension interne de la charge. Le courant moyen I_d est donc positif.

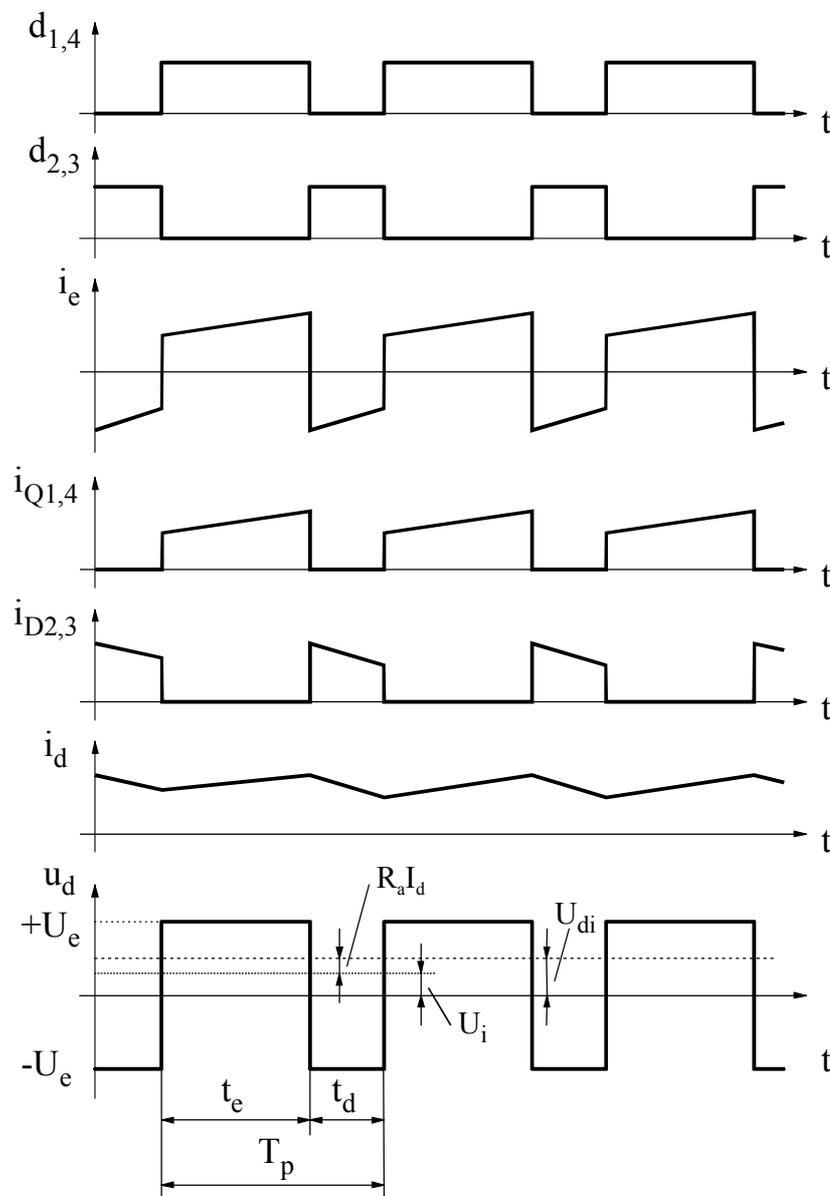


Figure 3-21 : Commutation alternée avec $U_{di} > 0$ et un courant positif dans la charge : $I_d > 0$

3.4.6.3.2 Fonctionnement dans le quadrant II ($U_{di} > 0, I_d < 0$)

La Figure 3-22 illustre le cas où le courant dans la charge est strictement négatif. La tension moyenne U_{di} aux bornes de la charge est positive mais inférieure à la tension interne de la charge. Le courant moyen I_d est donc négatif.

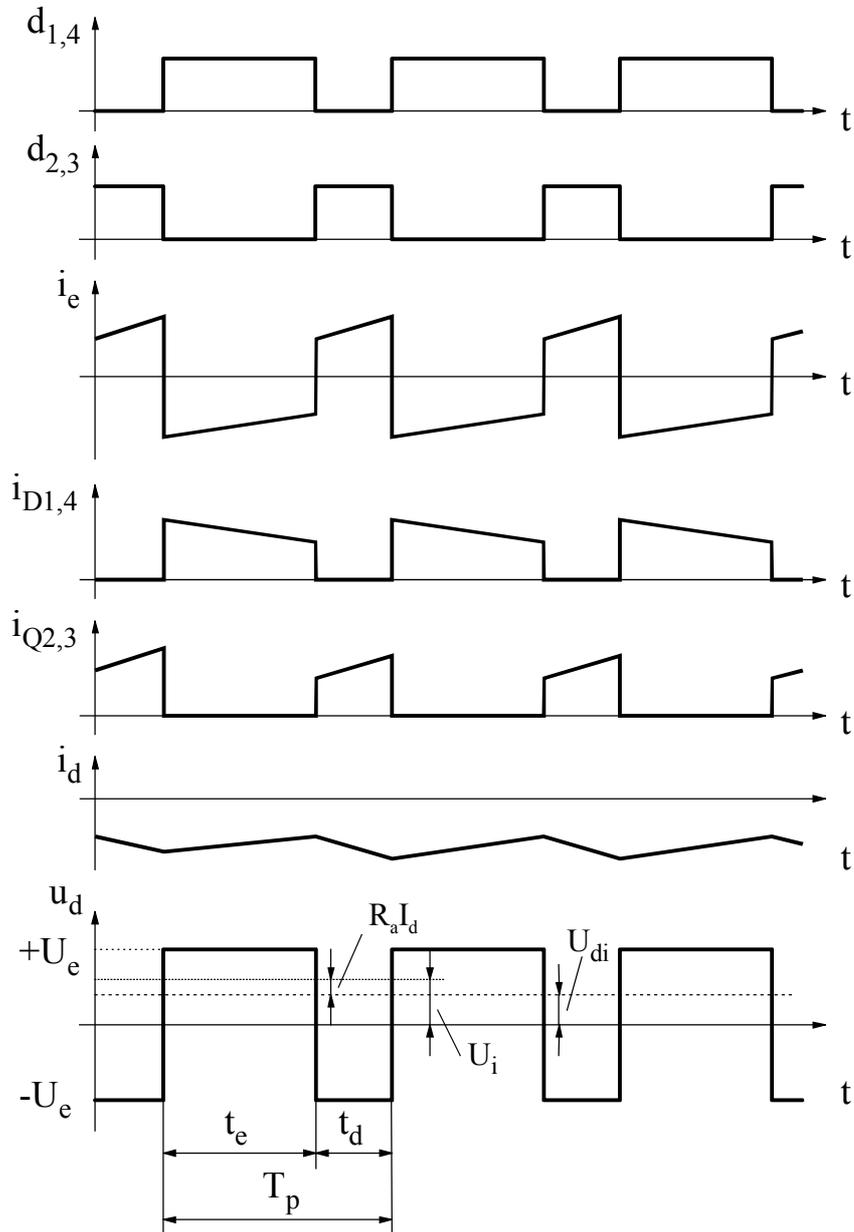


Figure 3-22 : Commutation alternée avec $U_{di} > 0$ et un courant négatif dans la charge : $I_d < 0$

3.4.6.3.3 *Fonctionnement dans le quadrant III ($U_{di} < 0, I_d < 0$)*

La Figure 3-23 illustre le cas où le courant dans la charge est strictement négatif. La tension moyenne U_{di} aux bornes de la charge est négative et inférieure à la tension interne de la charge. Le courant moyen I_d est donc négatif.

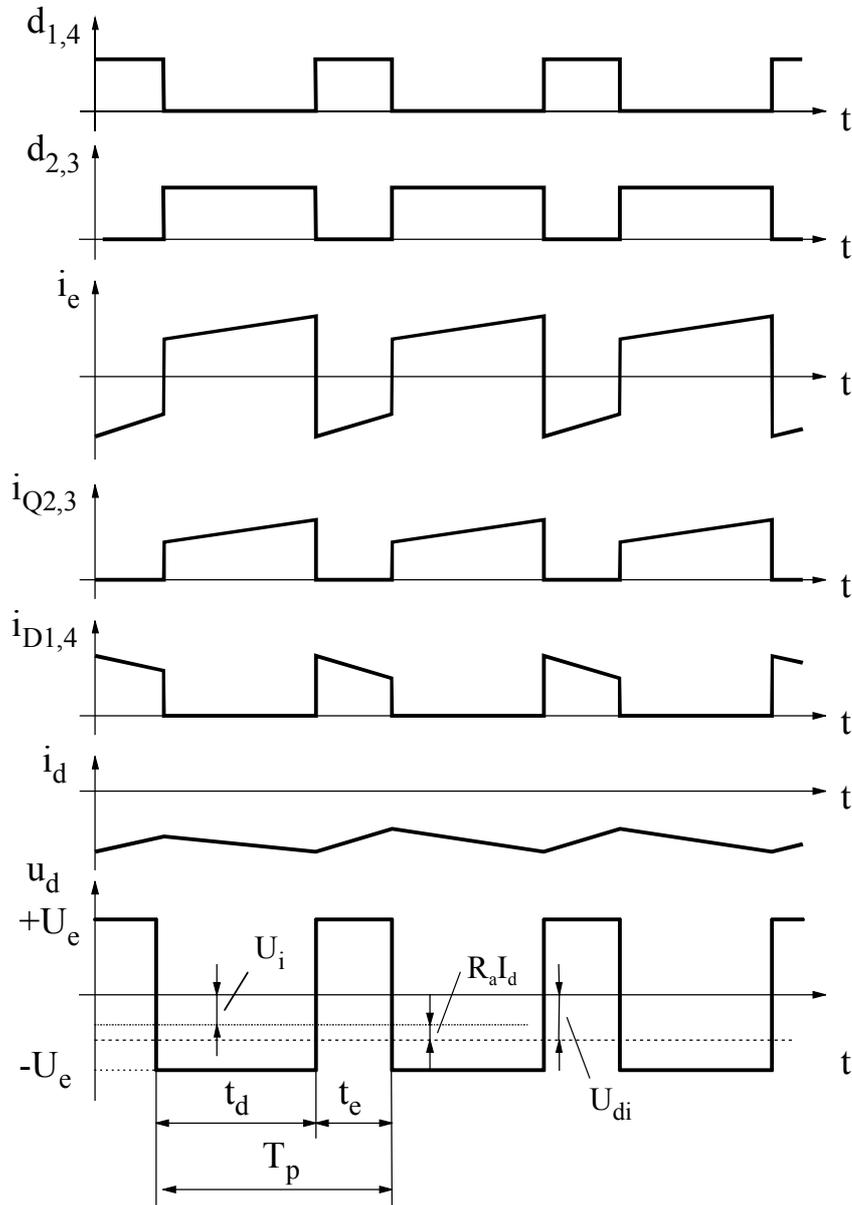


Figure 3-23 : Commutation alternée avec $U_{di} < 0$ et un courant négatif dans la charge : $I_d < 0$

3.4.6.3.4 Fonctionnement dans le quadrant IV ($U_{di} < 0, I_d > 0$)

La Figure 3-24 illustre le cas où le courant dans la charge est strictement négatif. La tension moyenne U_{di} aux bornes de la charge est négative mais supérieure à la tension interne de la charge. Le courant moyen I_d est donc positif.

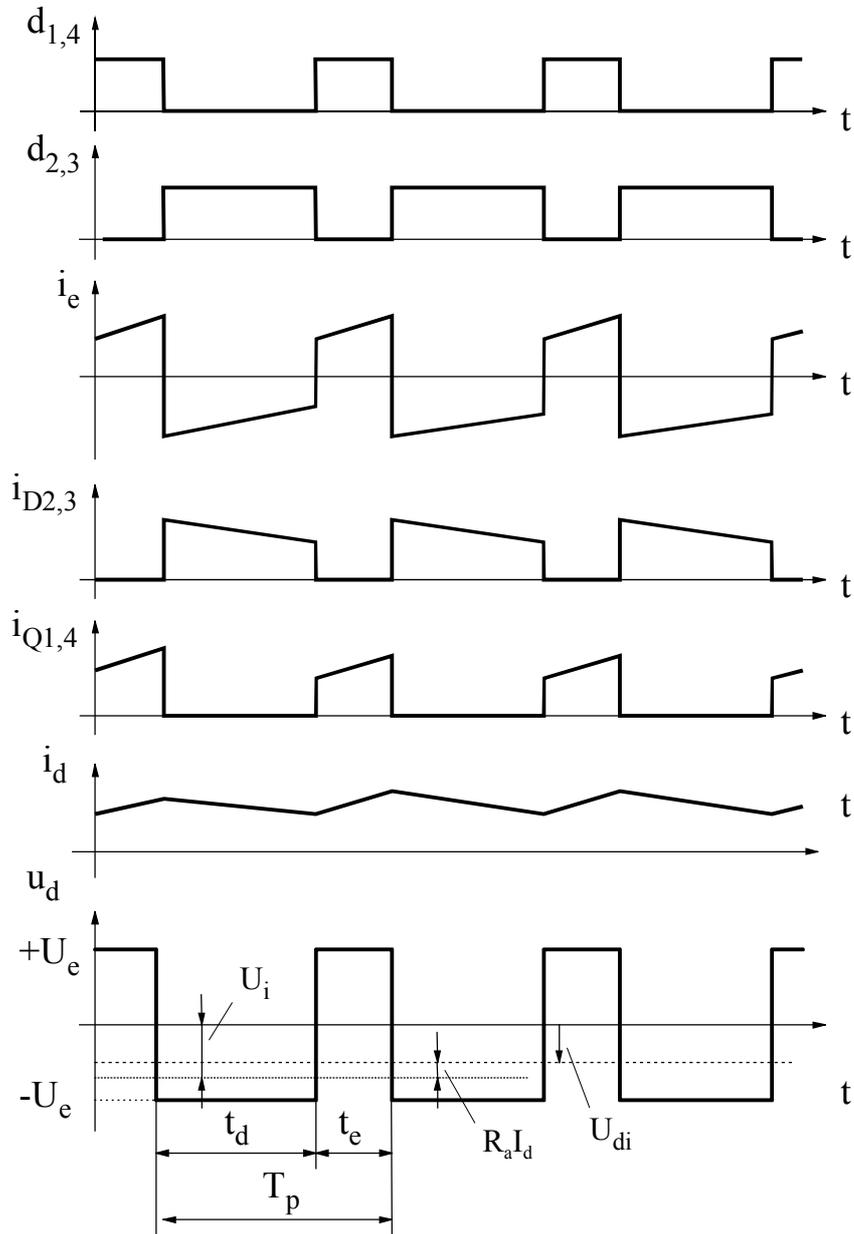


Figure 3-24 : Commutation alternée avec $U_{di} < 0$ et un courant positif dans la charge : $I_d > 0$

3.4.6.3.5 Fonctionnement à courant moyen nul

La Figure 3-25 illustre le cas où le courant moyen I_d est nul. On peut ainsi observer que la conduction est continue puisque le courant change de sens à l'intérieur même d'une période de commutation.

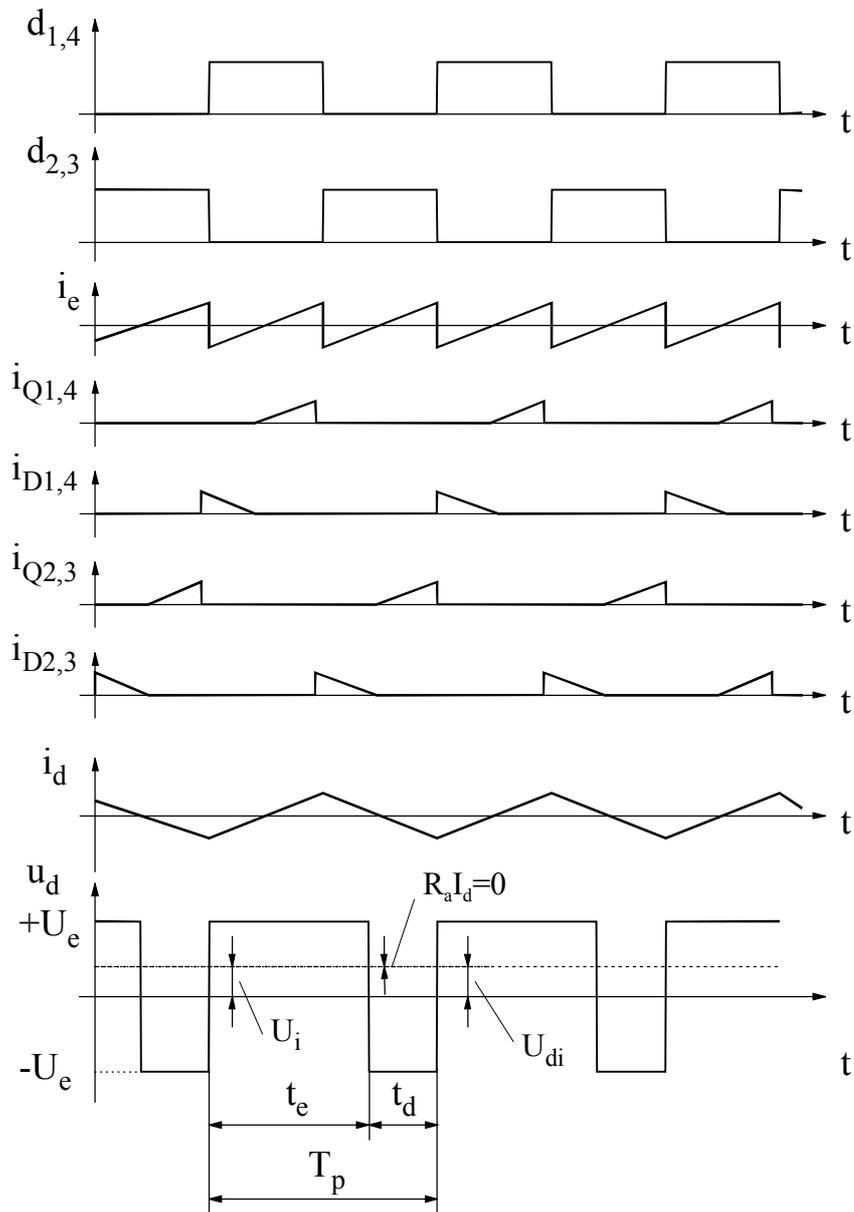


Figure 3-25 : Commutation alternée avec courant moyen nul dans la charge : $I_d = 0$

3.4.6.4 Tension continue idéale

La valeur moyenne U_d de la tension de sortie u_d dépend des durées d'enclenchement t_e et de déclenchement t_d . La période de pulsation est

$$T_p = t_e + t_d \quad 3.29$$

La définition du rapport cyclique reste la même

$$D = \frac{t_e}{T_p} \quad 3.30$$

A vide, en fonctionnement idéalisé, c'est-à-dire sans tenir compte des temps d'enclenchement et de déclenchement du transistor, la valeur moyenne U_{di} est donnée par la relation

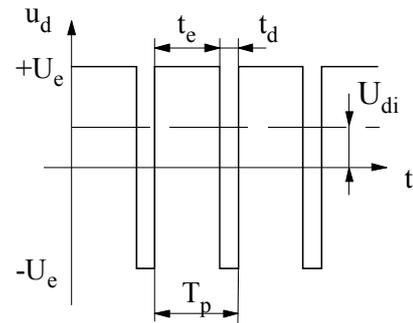


Figure 3-26 : Tension continue idéale

$$U_{di} = \frac{t_e \cdot U_e + t_d \cdot (-U_e)}{t_e + t_d} = \frac{t_e \cdot U_e + (T_p - t_e) \cdot (-U_e)}{T_p} \quad 3.31$$

$$= \left(\frac{2 \cdot t_e}{T_p} - 1\right) \cdot U_e = (2 \cdot D - 1) \cdot U_e$$

Avec cette relation, on peut tracer la caractéristique idéale de la Figure 3-27. Elle représente la tension continue idéale U_{di} rapportée à U_e en fonction du rapport d'enclenchement. Pour rappel, la caractéristique du variateur de courant unidirectionnel a également été tracée.

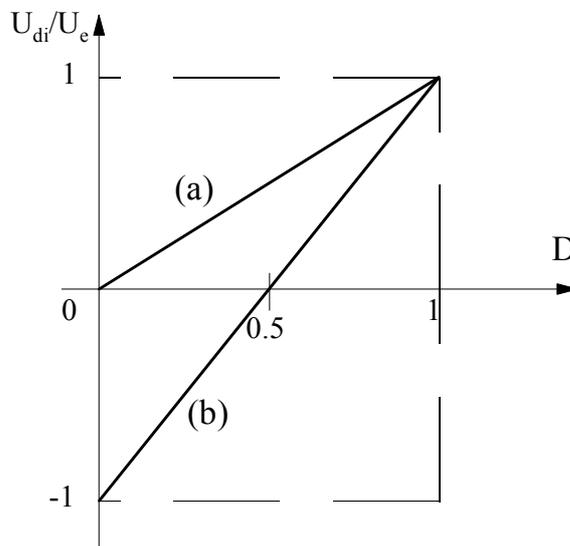


Figure 3-27 : Caractéristique idéale d'un variateur à courant continu
 (a) : unidirectionnel
 (b) : bidirectionnel

3.4.6.5 Schéma équivalent au niveau bornes

Le schéma équivalent au niveau bornes est très simple puisqu'il consiste en une source de tension.

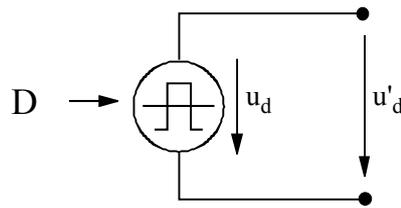


Figure 3-28 : Schéma équivalent du modèle au niveau bornes

3.4.6.6 Courant moyen dans la charge et ondulation du courant

Dans la pratique, la constante de temps électrique de la charge $\tau = L_a/R_a$ est beaucoup plus grande que la période de pulsation du variateur de courant continu. Néanmoins cette constante de temps reste finie et il en résulte parfois une ondulation de courant non négligeable.

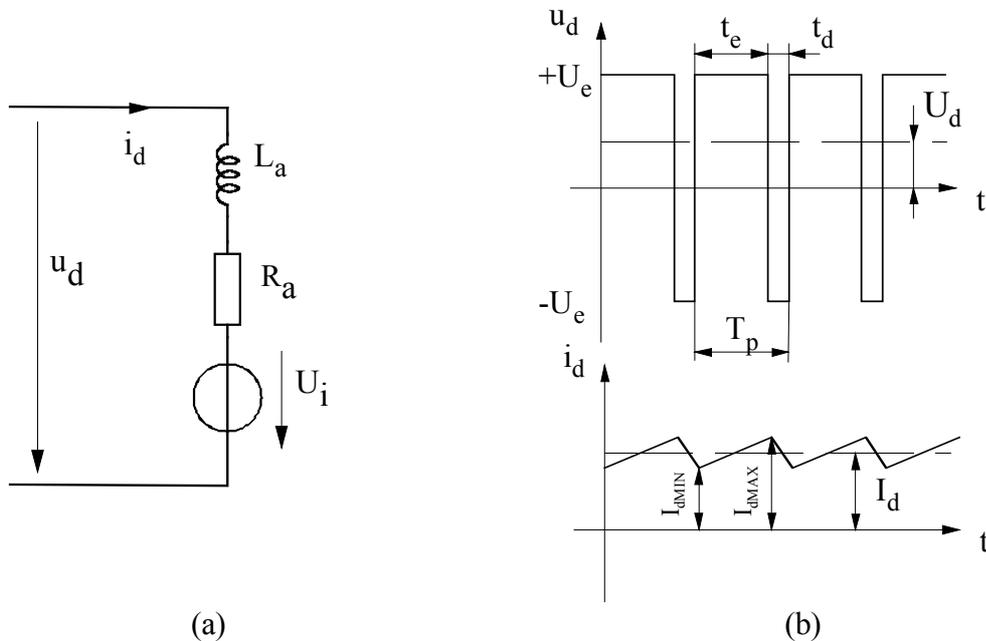


Figure 3-29 : ondulation du courant continu

(a) schéma équivalent simplifié

(b) allure de la tension u_d et du courant continu i_d

Le déroulement des calculs pour la détermination de l'ondulation de courant ainsi que du courant moyen est identique à ceux du variateur à courant continu à pulsation unidirectionnel en conduction continue.

On peut donc écrire pour $I_d > 0$

- Q_1, Q_4 ou D_1, D_4 conducteurs : $0 \leq t < t_e$

$$\Delta I_d^{[t_e]} = \frac{U_L}{L_a} \cdot t_e = \frac{U_e - (U_i + R_a \cdot I_d)}{L_a} \cdot t_e \tag{3.32}$$

- Q_2, Q_3 ou D_2, D_3 conducteurs : $t_e \leq t < T_p$

$$\Delta I_d^{[t_d]} = \frac{U_L}{L_a} \cdot t_d = \frac{-U_e - (U_i + R_a \cdot I_d)}{L_a} \cdot t_d \tag{3.33}$$

En régime permanent (steady state), on peut écrire

$$\begin{aligned}\Delta I_d^{[t_e]} &= -\Delta I_d^{[t_d]} \\ \frac{U_e - (U_i + R_a \cdot I_d)}{L_a} \cdot t_e &= \frac{U_e + U_i + R_a \cdot I_d}{L_a} \cdot t_d \\ U_e \cdot (t_e - t_d) &= (U_i + R_a \cdot I_d) \cdot (t_e + t_d) \\ U_{di} &= U_i + R_a \cdot I_d\end{aligned}\quad 3.34$$

Cette relation montre que la tension moyenne aux bornes de l'inductance est nulle en régime permanent.

Le courant moyen dans la charge vaut donc

$$I_d = \frac{U_{di} - U_i}{R_a} \quad 3.35$$

Les variations positives et négatives du courant deviennent

$$\begin{aligned}\Delta I_d^{[t_e]} &= \frac{U_e - U_{di}}{L_a} \cdot t_e = U_e \cdot \frac{(1 - (2 \cdot D - 1))}{L_a} \cdot t_e \\ &= 2 \cdot \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot (1 - D) \cdot D\end{aligned}\quad 3.36$$

et

$$\begin{aligned}\Delta I_d^{[t_d]} &= \frac{-U_e - U_{di}}{L_a} \cdot t_d = -\frac{U_e \cdot (1 + (2 \cdot D - 1))}{L_a} \cdot (T_p - t_e) \\ &= -2 \cdot \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot (1 - D) \cdot D\end{aligned}\quad 3.37$$

Soit en toute généralité

$$\Delta I_d = 2 \cdot \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot (1 - D) \cdot D = 2 \cdot \frac{U_e}{R_a} \cdot \frac{T_p}{\tau} \cdot (1 - D) \cdot D \quad 3.38$$

On se retrouve dans le même cas que pour le variateur de courant unidirectionnel (à un facteur 2 près). L'ondulation maximum du courant en fonction du rapport cyclique D est déterminée par

$$\frac{\partial \Delta I_d}{\partial D} = 2 \cdot \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot [(1 - D) - D] = 0 \quad \text{pour } D = \frac{1}{2} \quad 3.39$$

soit

$$\Delta I_{d\text{MAX}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \quad 3.40$$

3.4.6.7 Courant I_E fourni par l'alimentation

En se référant à la Figure 3-16, on peut dessiner un schéma équivalent simplifié de la partie alimentation illustrée par la Figure 3-30

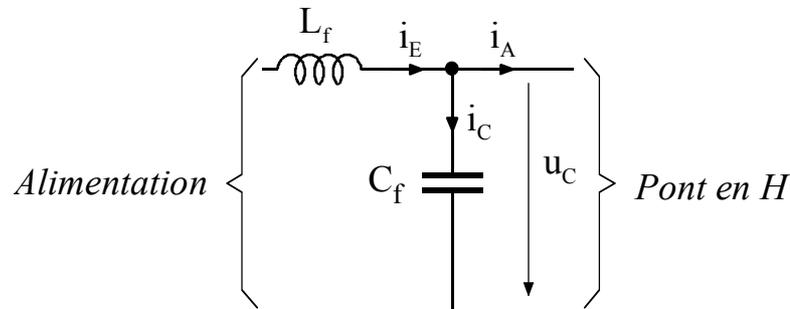


Figure 3-30 : Partie filtrage d'alimentation (schéma simplifié)

Pour les calculs, on admet que l'inductance de lissage L_f est suffisamment grande pour que le courant I_E soit constant sur une période d'échantillonnage. Sachant que le courant moyen dans le condensateur est nul en régime permanent, on peut écrire

$$I_E = I_A = I_d D - I_d (1 - D) = I_d (2D - 1) = \frac{U_{di} - U_i}{R_a} (2D - 1) \quad 3.41$$

3.4.6.8 Courant i_A fourni au pont en H

Le courant i_A fourni au pont en H est l'image du courant circulant dans la charge. Lorsque le courant passe par les transistors, I_A est positif, lorsque le courant passe par les diodes, I_A est négatif.

Pour $0 \leq t < t_e$

$$i_A(n \cdot T_p \dots n \cdot T_p + t_e) = I_d = \frac{U_{di} - U_i}{R_a} \quad 3.42$$

Pour $t_e \leq t < T_p$

$$i_A(n \cdot T_p + t_e \dots (n+1) \cdot T_p) = -I_d = -\frac{U_{di} - U_i}{R_a} \quad 3.43$$

La moyenne glissante du courant I_A est identique à la valeur moyenne du courant I_E car en régime permanent, le courant moyen dans le condensateur est nul ($U_c(t) = U_c(t+T_p)$)

$$I_A = I_E = I_d D - I_d (1 - D) = I_d (2D - 1) = \frac{U_{di} - U_i}{R_a} (2D - 1) \quad 3.44$$

3.4.6.9 Courant i_C dans le condensateur

La Figure 3-31 illustre la forme des divers courants au nœud de connexion du condensateur de filtre. On admet en première approximation que le courant dans l'inductance de lissage L_f est constant (en fait, on néglige l'ondulation de tension Δu_C aux bornes du condensateur)

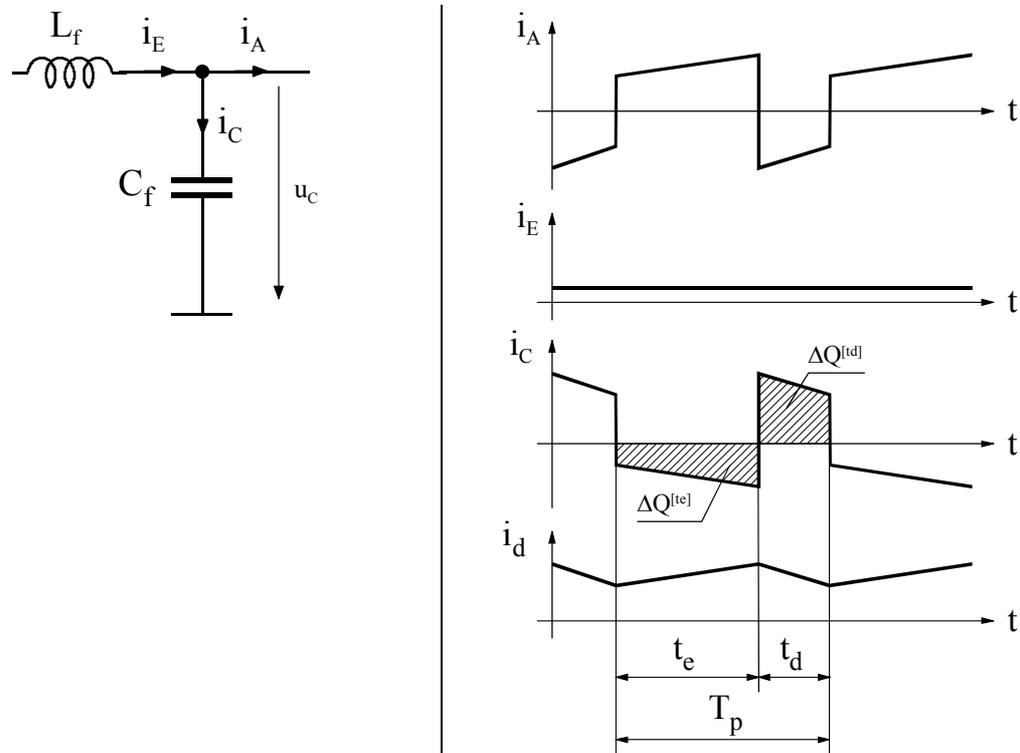


Figure 3-31 : Somme des courants au nœud de connexion du condensateur

Le courant dans le condensateur répond à la relation

$$i_C = i_E - i_A \tag{3.45}$$

Pour $0 \leq t < t_e$

$$I_C^{[t_e]} = I_E - I_d^{[t_e]} = I_d(2D - 1) - I_d = 2I_d(D - 1) = 2 \frac{U_{di} - U_i}{R_a} (D - 1) \tag{3.46}$$

Pour $t_e \leq t < T_p$

$$I_C^{[t_d]} = I_E + I_d^{[t_d]} = I_d(2D - 1) + I_d = 2I_d D = 2 \frac{U_{di} - U_i}{R_a} \cdot D \tag{3.47}$$

3.4.6.10 Ondulation de la tension aux bornes du condensateur

L'ondulation de tension aux bornes du condensateur est dépendante du transfert de charge définie par le courant i_C durant le temps d'enclenchement t_e ou de déclenchement t_d . cette ondulation est exprimée par la relation

$$\Delta u_C = \frac{-\Delta Q^{[t_e]}}{C} = \frac{-I_C^{[t_e]}DT_p}{C} = \frac{+\Delta Q^{[t_d]}}{C} = \frac{I_C^{[t_d]}(1-D)T_p}{C}$$

$$= 2 \frac{I_d T_p}{C} (1-D)D = 2 \frac{U_{di} - U_i}{CR_a} T_p (1-D)D$$

3.48

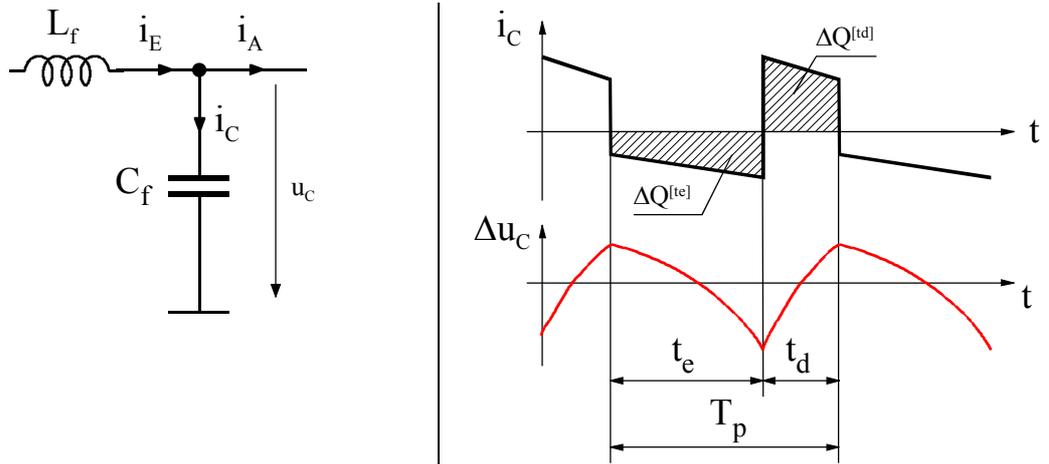


Figure 3-32 : Ondulation de tension aux bornes du condensateur

3.4.7 Séquence de commutation circulaire

3.4.7.1 Définition de la séquence de commutation

La séquence de commutation des transistors est telle que, selon un rapport cyclique défini par la sortie du régulateur amont, les transistors sont commandés selon la séquence de la Figure 3-33

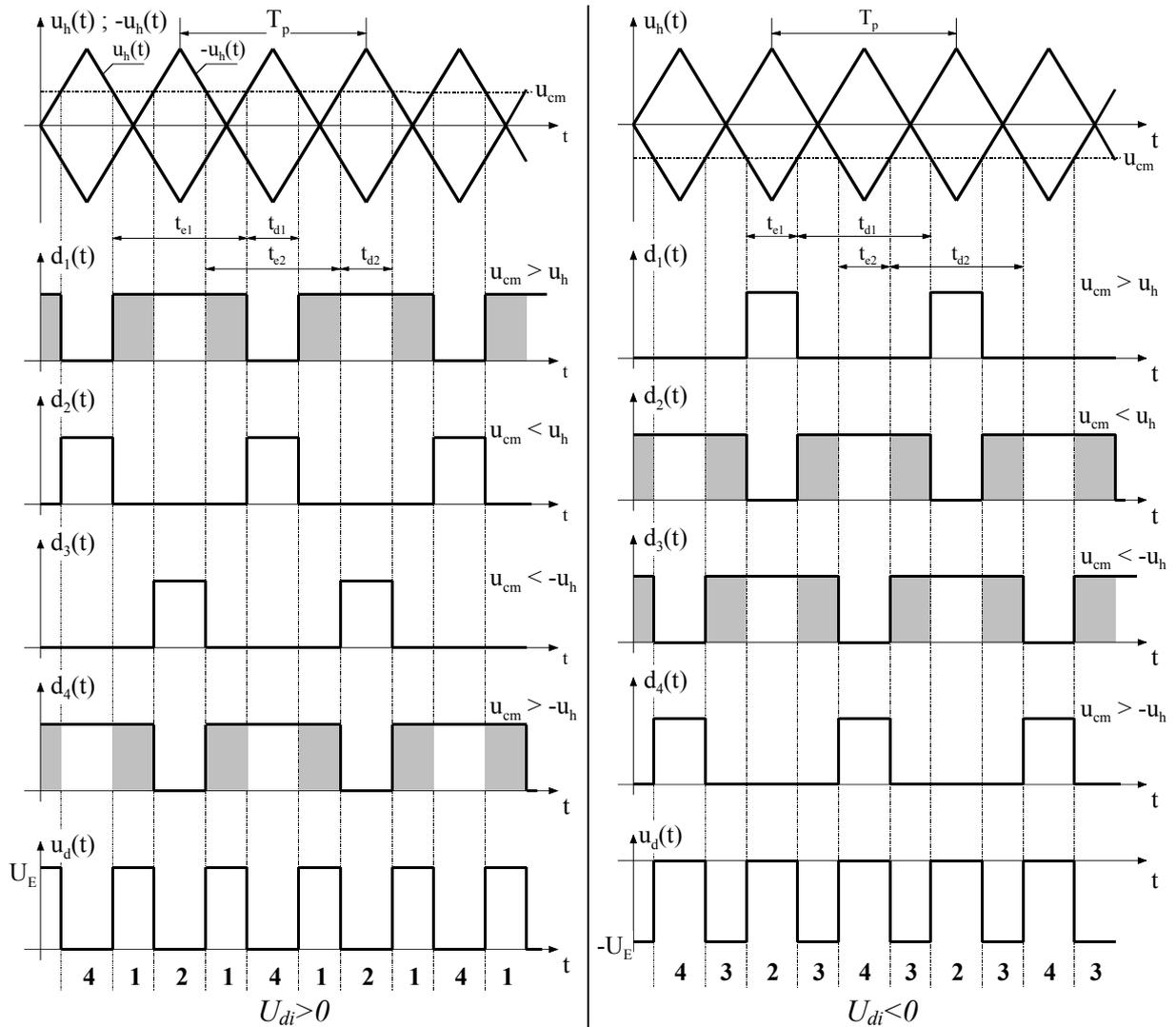


Figure 3-33 : Séquence de commutation circulaire

La fréquence de commutation vue par la charge est le double de celle effectivement appliquée à la commande de chaque contacteur statique.

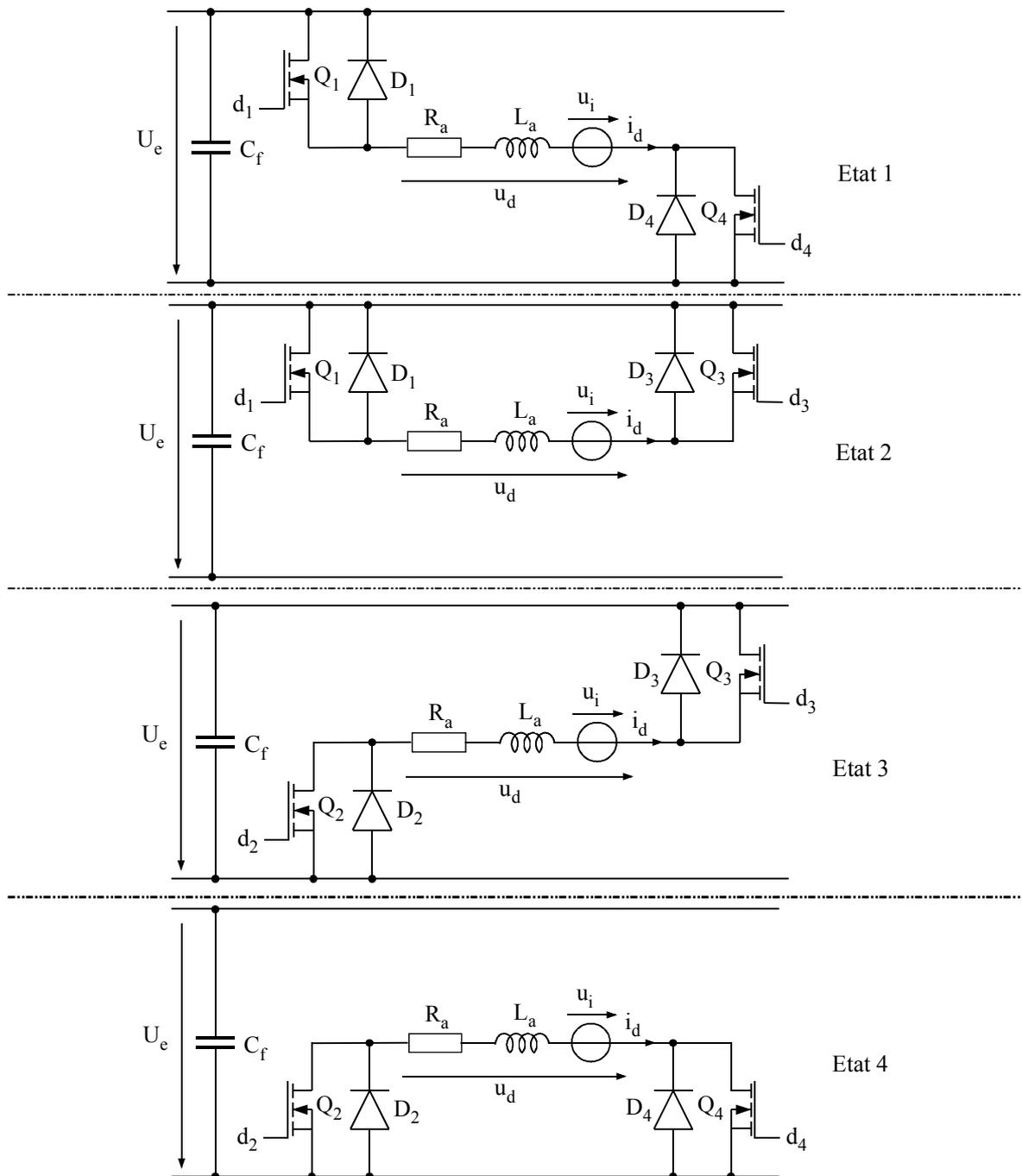


Figure 3-34 : Séquence de commutation circulaire : Contacteurs statiques actifs

3.4.7.2 Définition des états possibles pour le pont en H

En fonction du sens du courant, ce dernier peut passer par les transistors à l'état ON ou par les diodes de roue libre. Selon le type de contacteurs statiques; IGBT, Transistor bipolaire, ou pour les MOSFET avec présence de diodes de conduction (utilisée pour empêcher le passage du courant par les diodes intrinsèques des MOSFETs), le courant passera par la diode polarisée en sens direct plutôt que par le contacteur statique (courant inverse). La mise en court-circuit de la charge lorsqu'un seul contacteur statique est à l'état ON limite l'ondulation de tension qui passe alternativement de $u_d = U_e$ à $u_d = 0$ pour une tension continue idéale

positive et $u_d = -U_e$ à $u_d=0$ pour une tension continue idéale négative. Les Figure 3-35 et Figure 3-38 illustrent les seize configurations possibles pour le pont en H en régime permanent.

Régime permanent $i_d > 0$, $u_{di} > 0$, soit le quadrant I

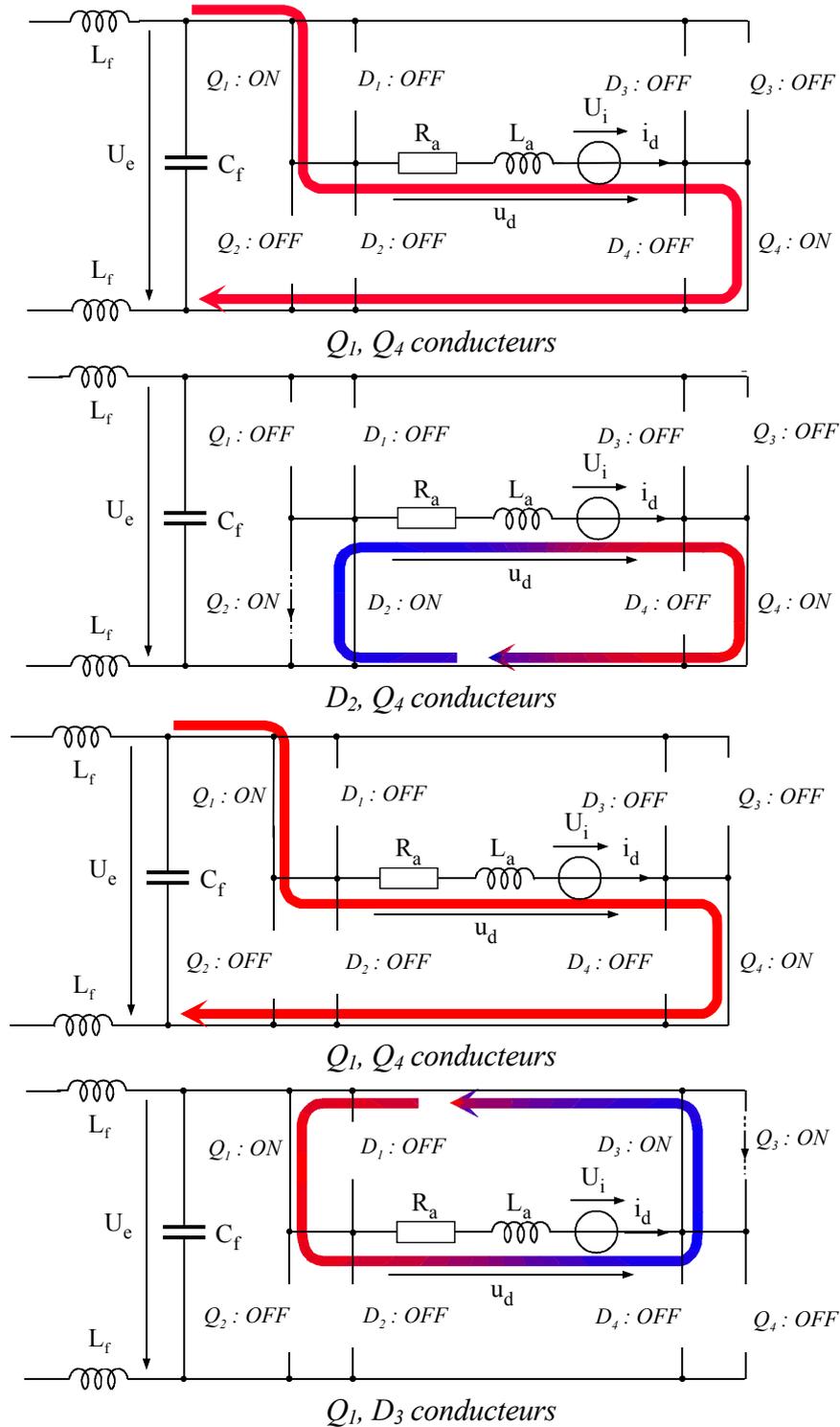


Figure 3-35 : Etats actifs lors d'une commande de commutation circulaire pour $U_{di} > 0$, $I_d > 0$

Régime permanent $i_d < 0$, $u_{di} > 0$, soit le quadrant II

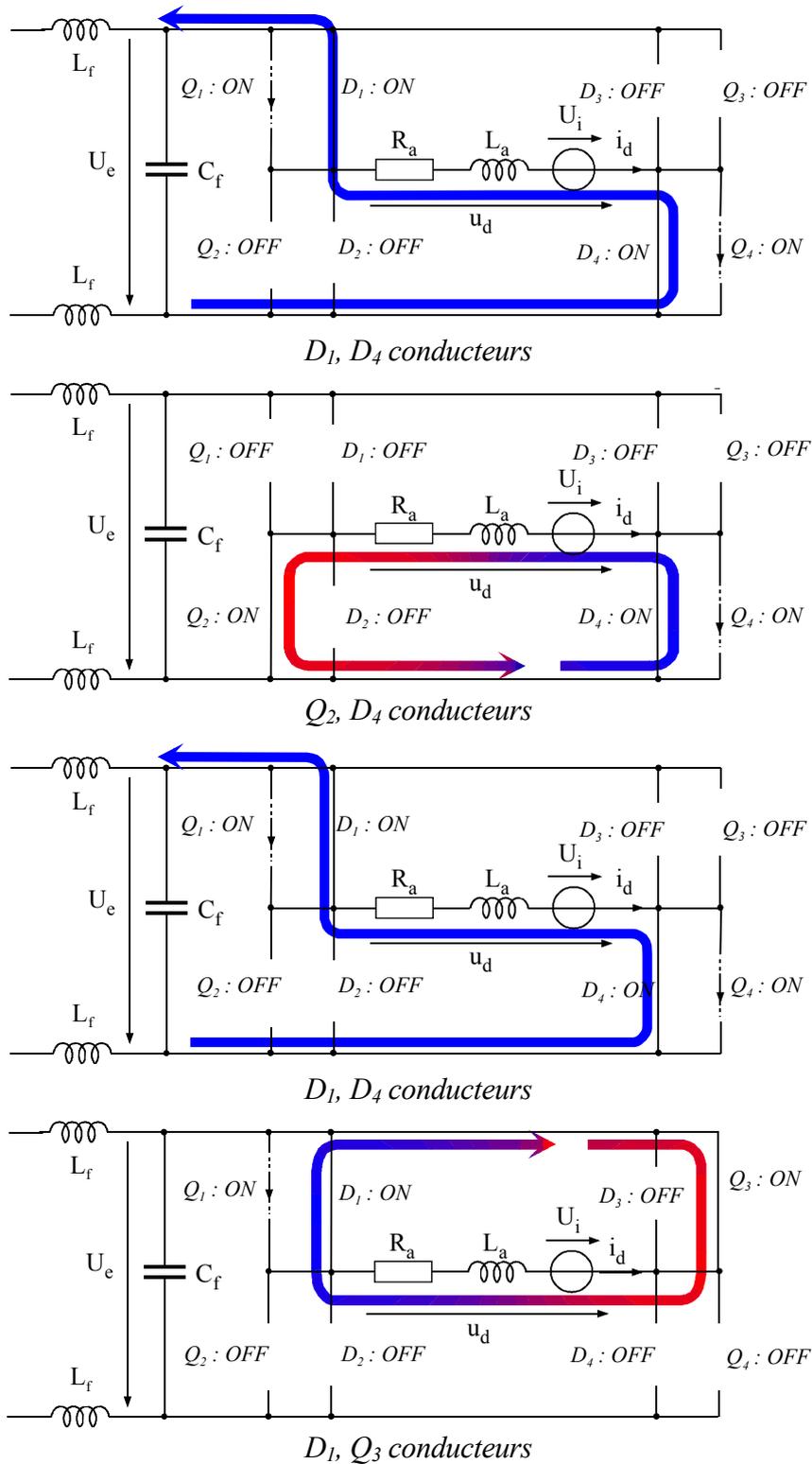


Figure 3-36 : Etats actifs lors d'une commande de commutation circulaire pour $U_{di} > 0$, $I_d < 0$

Régime permanent $i_d < 0$, $u_{di} < 0$, soit le quadrant III

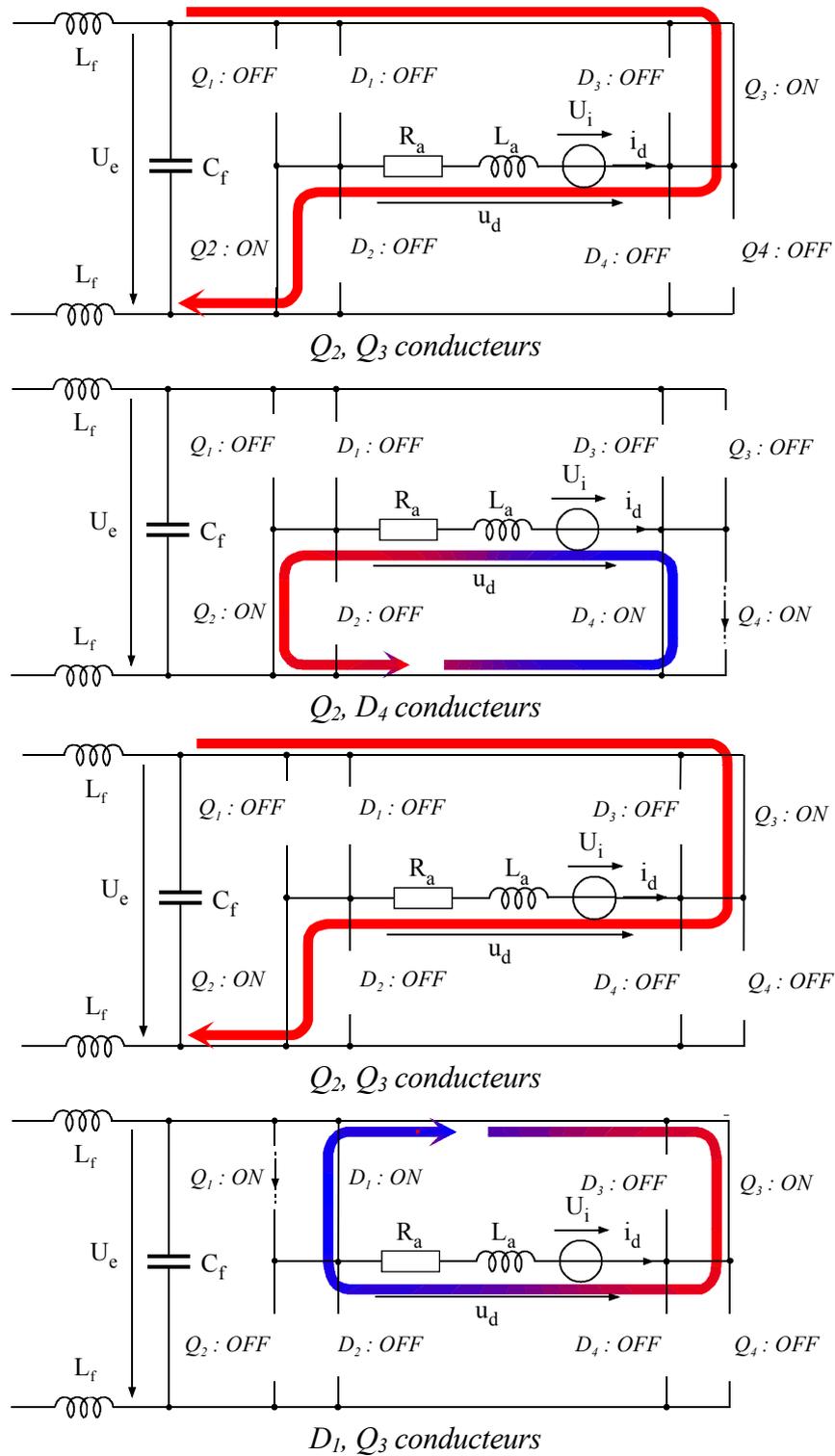


Figure 3-37 : Etats actifs lors d'une commande de commutation circulaire pour $U_{di} < 0$, $I_d < 0$

Régime permanent $i_d > 0$, $u_{di} < 0$, soit le quadrant IV

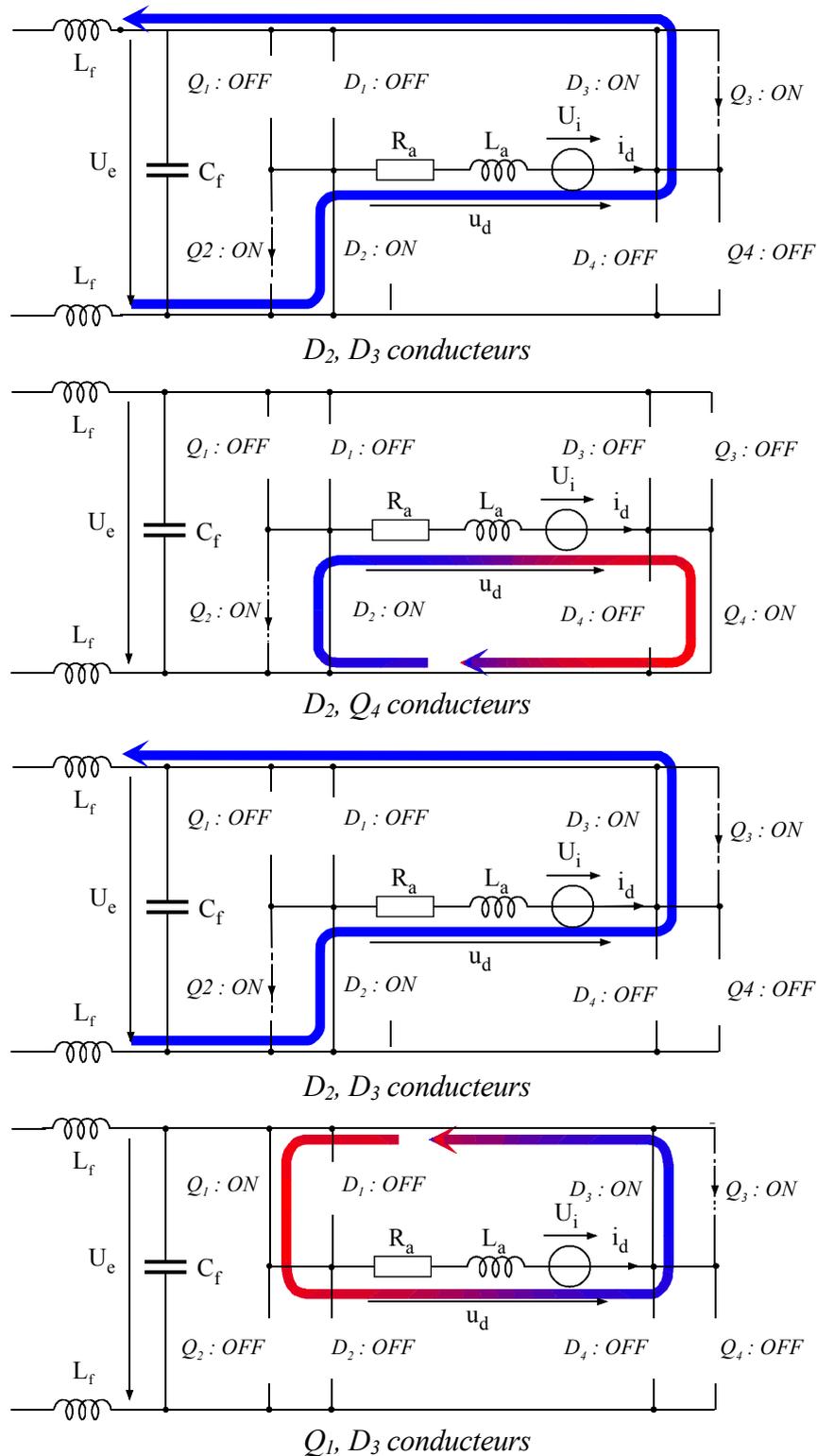


Figure 3-38 : Etats actifs lors d'une commande de commutation circulaire pour $U_{di} < 0, I_d > 0$

Grâce à ce type de séquence de commutation, l'ondulation de courant est fortement réduite par rapport au cas de la séquence de commutation alternée. En effet la charge voit sa tension aux

bornes passer de U_e à 0V respectivement de $-U_e$ à 0V et la fréquence de commutation vue par la charge est le double de celle de commutation des contacteurs statiques.

3.4.7.3 Tension continue idéale

La valeur moyenne U_d de la tension de sortie u_d (tension aux bornes de la charge) peut être calculée de la même manière que pour le cas de la commutation alternée. Les Figure 3-39 et Figure 3-40 mettent en évidence la forme d'onde de la tension aux bornes de la charge.

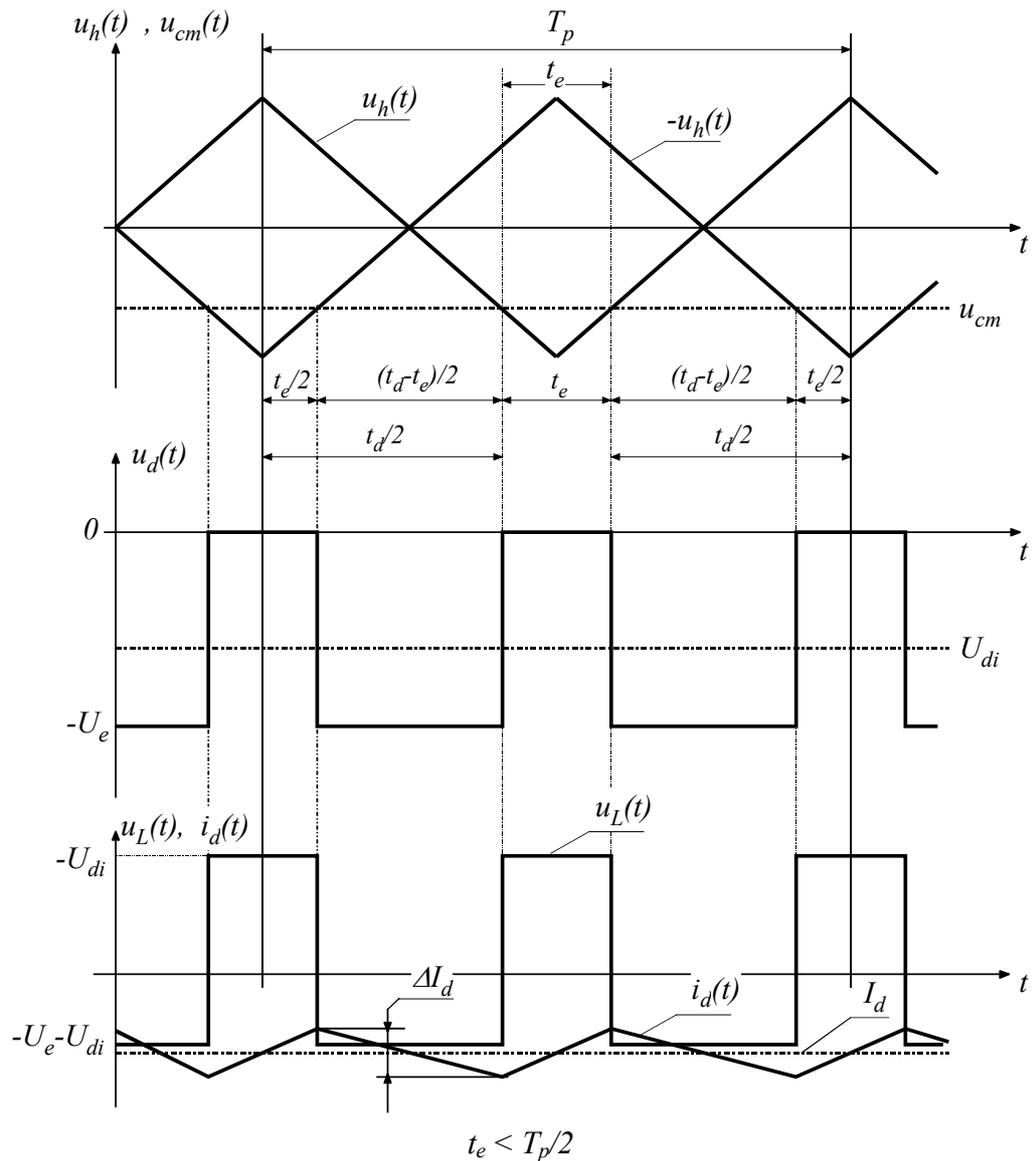


Figure 3-39 : Tensions et courants pour un fonctionnement dans le quadrant III

En observant la Figure 3-39, on peut écrire

- pour $t_e < T_p/2$ ou $D < 0.5$

$$U_{di} = \frac{(t_d - t_e) \cdot (-U_e) + 2t_e \cdot 0}{T_p} = \left(\frac{2 \cdot t_e}{T_p} - 1\right) \cdot U_e = (2 \cdot D - 1) \cdot U_e \tag{3.49}$$

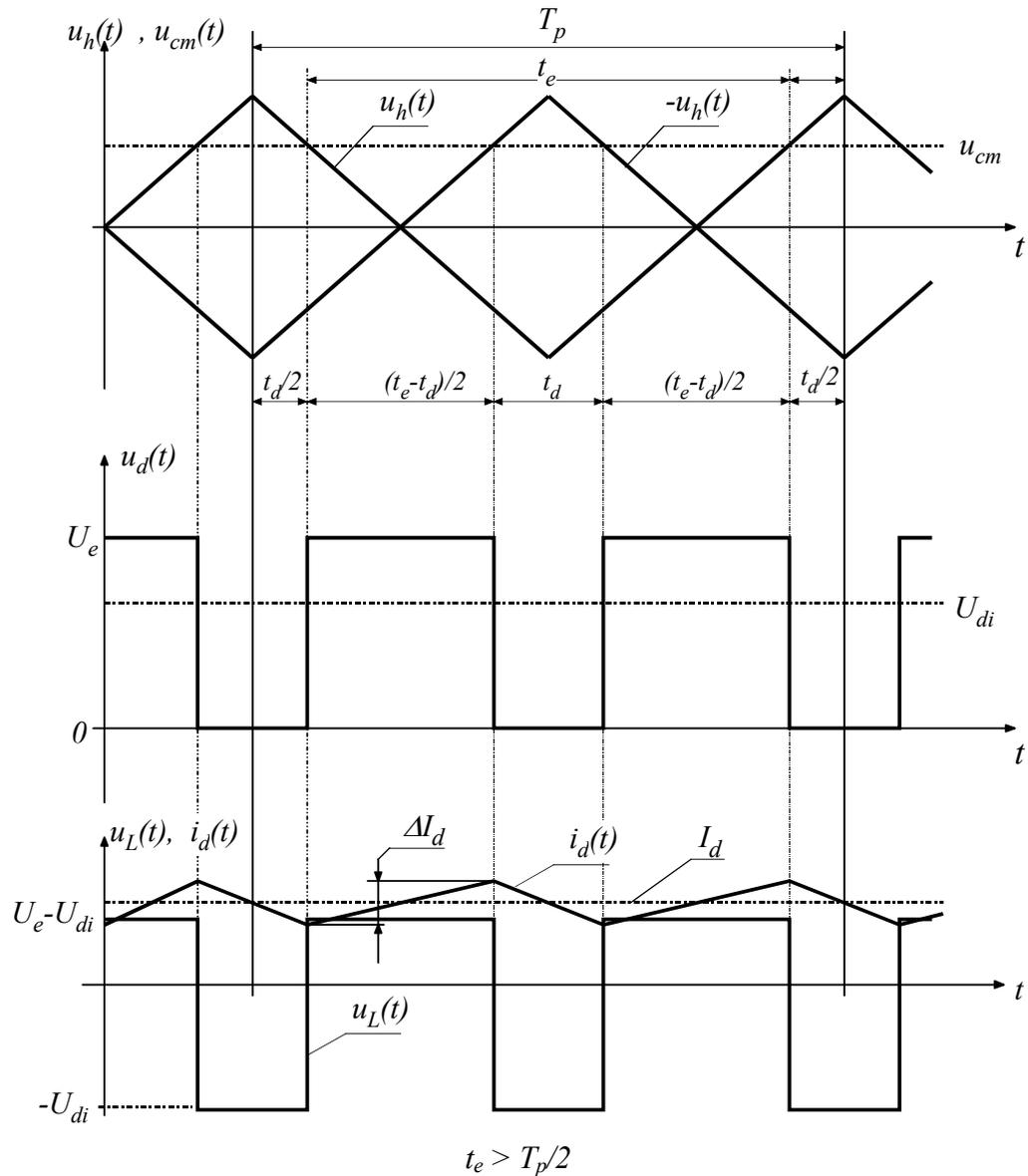


Figure 3-40 : Tensions et courants pour un fonctionnement dans le quadrant I

En observant la Figure 3-40, on peut écrire

- pour $t_e > T_p/2$ ou $D > 0.5$

$$U_{di} = \frac{(t_e - t_d) \cdot U_e + 2t_d \cdot 0}{T_p} = \left(\frac{2 \cdot t_e}{T_p} - 1\right) \cdot U_e = (2 \cdot D - 1) \cdot U_e \quad 3.50$$

A ce stade, on voit que le tension continue idéale aux bornes de la charge, pour autant que la définition des temps d'enclenchement et de déclenchement soit respectée, est identique au cas de la commutation alternée.

$U_{di} = (2 \cdot D - 1) \cdot U_e$	3.51
--------------------------------------	------

3.4.7.4 Courant moyen dans la charge et ondulation du courant

En respectant les mêmes hypothèses que pour le cas de la commutation alternée (constante électrique $\tau = L_a/R_a$ beaucoup plus grande que la période de pulsation) on peut utiliser l'approximation du 1^{er} ordre pour les fonctions exponentielles.

– pour $t_e < T_p/2$ ou $D < 0.5$

$$\Delta I_d^{[t_e]} = \frac{U_L^{[t_e]}}{L_a} \cdot t_e = \frac{-U_{di}}{L_a} \cdot t_e = -U_e \cdot \frac{(2 \cdot D - 1)}{L_a} \cdot t_e = \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot (1 - 2D)D \quad 3.52$$

et

$$\Delta I_d^{\left[\frac{t_d - t_e}{2}\right]} = \frac{U_L^{\left[\frac{t_d - t_e}{2}\right]}}{L_a} \cdot \frac{t_d - t_e}{2} = \frac{-U_e - U_{di}}{L_a} \cdot \frac{t_d - t_e}{2} = -\frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot (1 - 2D)D \quad 3.53$$

Soit en toute généralité

$$\Delta I_d = \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot (1 - 2D)D = \frac{U_e}{R_a} \cdot \frac{T_p}{\tau} \cdot (1 - 2D)D \quad 3.54$$

L'ondulation maximum du courant en fonction du rapport cyclique D est déterminée par

$$\frac{\partial \Delta I_d}{\partial D} = \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot (1 - 4D) = 0 \quad \text{pour } D = \frac{1}{4} \quad 3.55$$

soit

$$\Delta I_{dMAX} = \frac{1}{8} \cdot \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \quad 3.56$$

– pour $t_e > T_p/2$ ou $D > 0.5$

$$\begin{aligned} \Delta I_d^{\left[\frac{t_e - t_d}{2}\right]} &= \frac{U_L^{\left[\frac{t_e - t_d}{2}\right]}}{L_a} \cdot \frac{t_e - t_d}{2} = \frac{U_e - U_{di}}{L_a} \cdot \frac{t_e - t_d}{2} = \\ &= U_e \cdot \frac{(1 - (2 \cdot D - 1))}{L_a} \cdot \frac{t_e - t_d}{2} = \frac{U_e T_p}{L_a} (1 - D)(2D - 1) \end{aligned} \quad 3.57$$

et

$$\Delta I_d^{[t_d]} = \frac{U_L^{[t_d]}}{L_a} \cdot t_d = \frac{-U_{di}}{L_a} \cdot t_d = -\frac{U_e T_p}{L_a} (2D - 1)(1 - D) \quad 3.58$$

Soit en toute généralité

$$\Delta I_d = \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot (2D - 1)(1 - D) = \frac{U_e}{R_a} \cdot \frac{T_p}{\tau} \cdot (2D - 1)(1 - D) \quad 3.59$$

L'ondulation maximum du courant en fonction du rapport cyclique D est déterminée par

$$\frac{\partial \Delta I_d}{\partial D} = \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot (3 - 4D) = 0 \quad \text{pour } D = \frac{3}{4} \quad 3.60$$

soit

$$\Delta I_{dMAX} = \frac{1}{8} \cdot \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \quad 3.61$$

3.4.7.5 Courant I_E fourni par l'alimentation et courant moyen I_A fourni au pont en H

Les calculs sont conduits de la même manière qu'au paragraphe 3.4.7.5 (courant moyen nul aux bornes du condensateur en régime permanent). La Figure 3-41 donne les chronogrammes de référence des courants I_E , I_A , I_d

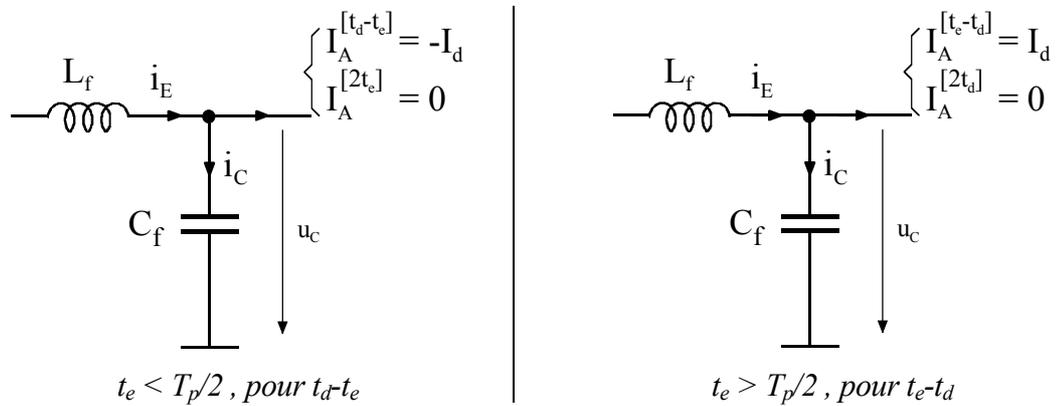


Figure 3-41 : Somme des courants au nœud de connexion du condensateur

$$I_E = I_A = I_d \cdot \frac{t_e - t_d}{2} \cdot \frac{2}{T_p} = I_d \cdot (2D - 1) = \frac{U_{di} - U_i}{R_a} \cdot (2D - 1) \quad 3.62$$

Ce résultat était prévisible puisque le courant moyen dans l'alimentation est lié à la puissance en transit ans la charge

3.4.7.6 Courant i_C dans le condensateur et ondulation de tension

La Figure 3-42 illustre la forme des divers courants au nœud de connexion du condensateur de filtre. On conduira les calculs en faisant les mêmes hypothèses que pour le cas de la commutation alternée (§ 3.4.6.10) soit que le courant dans l'inductance de lissage L_f est constant (en fait, on néglige l'ondulation de tension Δu_C aux bornes du condensateur)

Le courant dans le condensateur répond à la relation

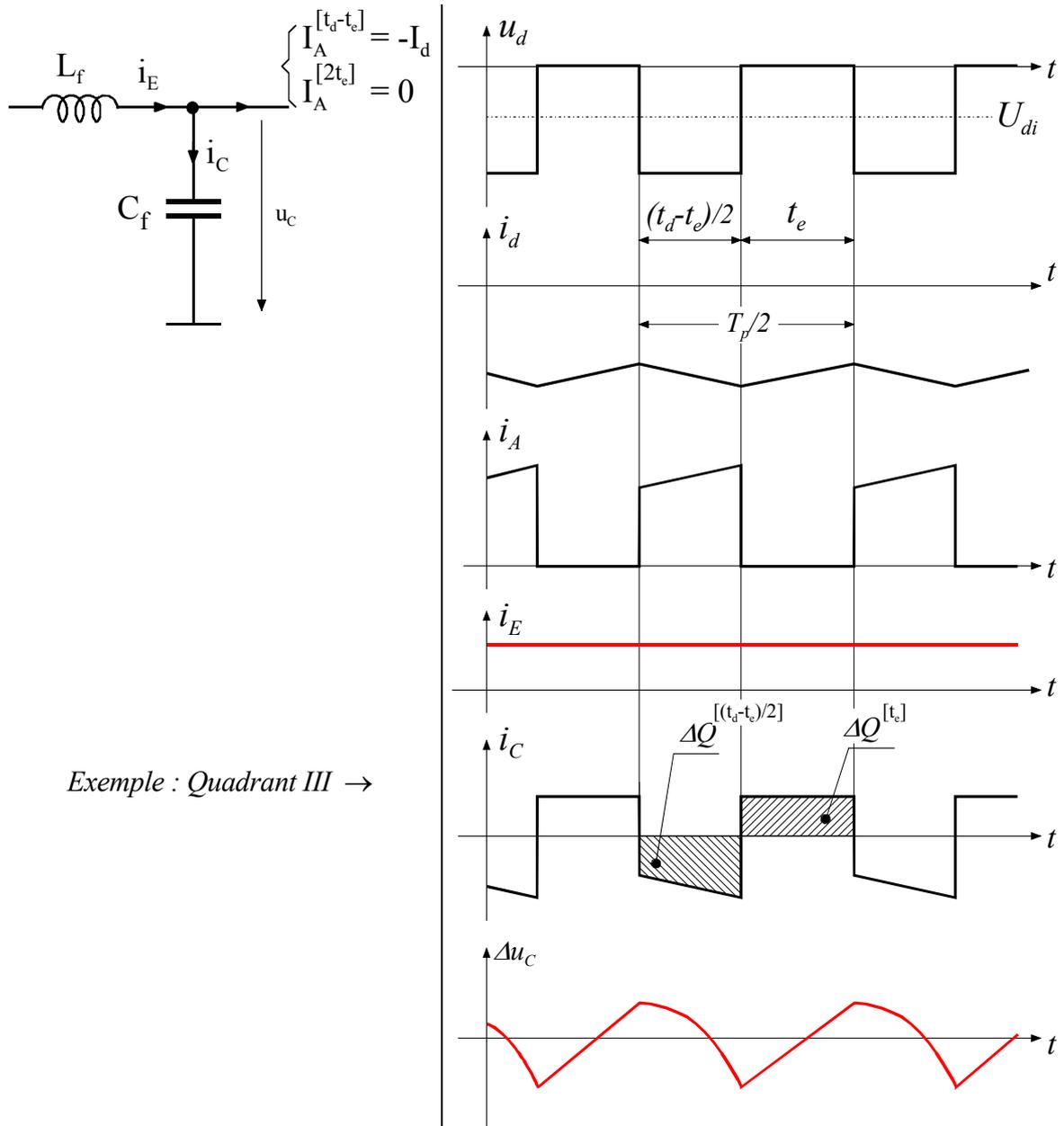
$$i_C = i_E - i_A \quad 3.63$$

par conséquent, lorsque i_A est nul (le courant de charge passe par un transistor et une diode)

$$I_C^{[i_A=0]} = I_E = I_d \cdot (2D - 1) = \frac{U_{di} - U_i}{R_a} \cdot (2D - 1) \quad 3.64$$

Pour $i_A = \pm i_d$, deux cas peuvent se présenter

- pour $t_e < T_p/2$ ou $D < 0.5$



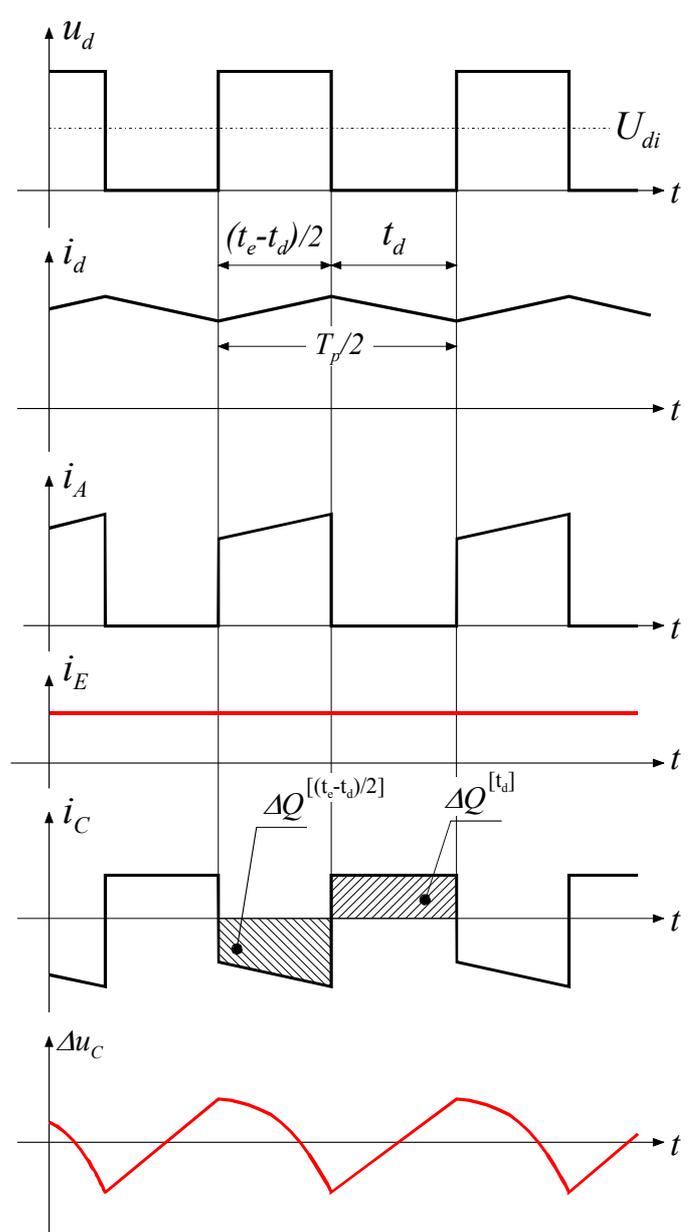
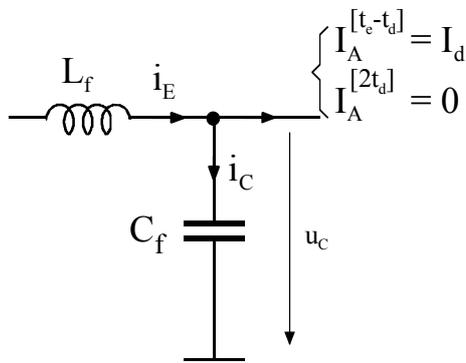
Exemple : Quadrant III →

Figure 3-42 : Somme des courants au nœud de connexion du condensateur pour $t_e < T_p/2$

$$I_C^{[i_A = -i_d]} = I_E - (-I_d) = I_d(2D - 1) + I_d = 2I_d D = 2 \frac{U_{di} - U_i}{R_a} D \quad 3.65$$

$$\Delta u_C = \frac{\Delta Q^{[i_A = 0]}}{C} = \frac{I_C^{[i_A = 0]} t_e}{C} = \frac{I_d T_p}{C} (2D - 1) D = \frac{U_{di} - U_i}{C \cdot R_a} T_p \cdot (2D - 1) D \quad 3.66$$

– pour $t_e > T_p/2$ ou $D > 0.5$



Exemple : Quadrant I →

Figure 3-43 : Somme des courants au nœud de connexion du condensateur

$$I_C^{[i_A=+i_d]} = I_E - (+I_d) = I_d(2D-1) - I_d = 2I_d(D-1) = 2 \cdot \frac{U_{di} - U_i}{R_a} \cdot (D-1) \quad 3.67$$

$$\Delta u_C = \frac{\Delta Q^{[i_A=0]}}{C} = \frac{I_C^{[i_A=0]} t_d}{C} = \frac{I_d T_p}{C} (2D-1)(1-D) = \frac{U_{di} - U_i}{C \cdot R_a} T_p \cdot (2D-1)(1-D) \quad 3.68$$

3.4.8 Synthèse sur le comportement en fonction du type de commutation

Dans ce paragraphe nous allons faire la synthèse sur le comportement du variateur de courant bidirectionnel en fonction du type de commutation. Les différences principales étant l'ondulation de courant, imposée à l'alimentation en fonction du type de commutation choisi (alterné ou circulaire).

3.4.8.1 Tension continue idéale, courant moyen et ondulation : synthèse des résultats

Le tableau suivant est un résumé des relations mathématiques donnant la tension continue idéale U_{di} , le courant moyen dans la charge et l'ondulation de ce même courant.

Valeur moyenne		
$U_{di} = U_e (2D - 1)$		
$I_d = \frac{U_{di} - U_i}{R_a}$		
$I_E = I_A = I_d \cdot (2D - 1)$		
Commutation alternée	Commutation circulaire	
$0 \leq D \leq 1$	$0 \leq D \leq 0.5$	$0.5 \leq D \leq 1$
Ondulation de courant dans la charge		
$\Delta I_d = 2 \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot (1 - D)D$	$\Delta I_d = \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot (1 - 2D)D$	$\Delta I_d = \frac{U_e \cdot T_p}{L_a} \cdot (2D - 1)(1 - D)$
Ondulation maximum de courant dans la charge		
$\Delta I_{dMAX}(D = 1/2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_e \cdot T_p}{L_a}$	$\Delta I_{dMAX}(D = 1/4) = \frac{1}{8} \cdot \frac{U_e \cdot T_p}{L_a}$	$\Delta I_{dMAX}(D = 3/4) = \frac{1}{8} \cdot \frac{U_e \cdot T_p}{L_a}$
Ondulation de tension aux bornes de la charge		
$\Delta u_C = 2 \frac{I_d T_p}{C} D(1 - D)$	$\Delta u_C = \frac{I_d T_p}{C} (2D - 1)D$	$\Delta u_C = \frac{I_d T_p}{C} (2D - 1)(1 - D)$
Ondulation maximum de tension aux bornes du condensateur		
$\Delta u_{CMAX}(D = 1/2) = \frac{1}{2} \frac{I_d T_p}{C}$	$\Delta u_{CMAX}(D = 1/4) = \frac{1}{8} \frac{I_d T_p}{C}$	$\Delta u_{CMAX}(D = 3/4) = \frac{1}{8} \frac{I_d T_p}{C}$

Tableau 3-1 : Synthèse des résultats

3.4.8.2 Ondulation du courant dans la charge et de la tension aux bornes du condensateur d'alimentation

Le principal avantage de la commutation circulaire réside dans la réduction de l'ondulation de courant dans la charge et de l'ondulation de tension aux bornes du condensateur d'alimentation.

- La réduction de l'ondulation de courant dans la charge permet de réduire les pertes fer dans un moteur DC par exemple, ceci sans augmenter les pertes de commutation dans les contacteurs statiques.
- La réduction de l'ondulation de tension aux bornes du condensateur d'alimentation, permet pour une ondulation admissible spécifiée, de limiter la taille du condensateur, ce qui est économiquement intéressant.

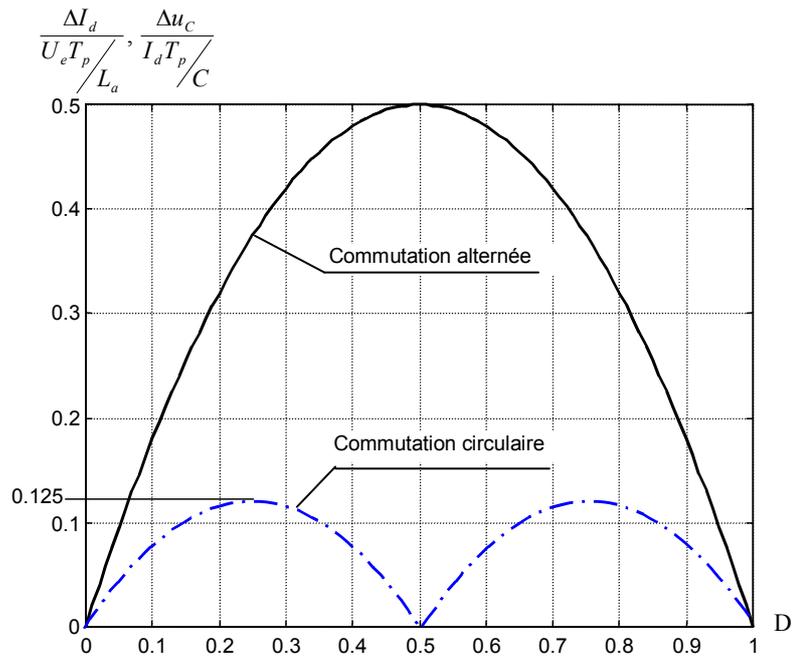


Figure 3-44 : Ondulation du courant ΔI_d et de la tension Δu_C en fonction du rapport cyclique

ANNEXE

A. COURANT MOYEN ET EFFICACE DANS LES BRANCHES

A.1 COURANT CONTINU AVEC ONDULATION SUPERPOSÉE À CROISSANCE ET DÉCROISSANCE LINÉAIRE

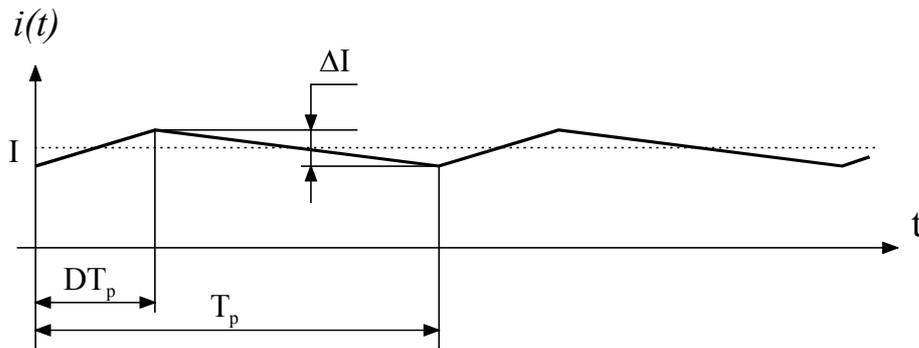


Figure A. 1 : Courant continu avec ondulation superposée

Définition du courant moyen

$$\begin{aligned}
 I_{(mean)} &= \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} i(t) dt \\
 &= \frac{1}{T_p} \left(\int_0^{DT_p} \left(I - \frac{\Delta I}{2} + \Delta I \frac{t}{DT_p} \right) dt + \int_0^{(1-D)T_p} \left(I + \frac{\Delta I}{2} - \Delta I \frac{t'}{(1-D)T_p} \right) dt' \right) \quad A.1 \\
 &= I
 \end{aligned}$$

Définition du courant efficace

$$\begin{aligned}
 I_{(rms)} &= \sqrt{\frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} (i(t))^2 dt} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{T_p} \left(\int_0^{DT_p} \left(I - \frac{\Delta I}{2} + \Delta I \frac{t}{DT_p} \right)^2 dt + \int_0^{(1-D)T_p} \left(I + \frac{\Delta I}{2} - \Delta I \frac{t'}{(1-D)T_p} \right)^2 dt' \right)} \quad A.2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{(rms)} &= \sqrt{\frac{1}{T_p} \left(\int_0^{DT_p} \left(\left(I - \frac{\Delta I}{2} \right)^2 + 2 \left(I - \frac{\Delta I}{2} \right) \frac{\Delta I}{DT_p} t + \left(\frac{\Delta I}{DT_p} \right)^2 t^2 \right) dt \right.} \\
 &\quad \left. + \int_0^{(1-D)T_p} \left(\left(I + \frac{\Delta I}{2} \right)^2 - 2 \left(I + \frac{\Delta I}{2} \right) \frac{\Delta I}{(1-D)T_p} t' + \left(\frac{\Delta I}{(1-D)T_p} \right)^2 t'^2 \right) dt' \right)} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{T_p} \left(\left[\left(I - \frac{\Delta I}{2} \right)^2 t + \left(I - \frac{\Delta I}{2} \right) \frac{\Delta I}{DT_p} t^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta I}{DT_p} \right)^2 t^3 \right]_0^{DT_p} \right.} \\
 &\quad \left. + \left[\left(I + \frac{\Delta I}{2} \right)^2 t' - \left(I + \frac{\Delta I}{2} \right) \frac{\Delta I}{(1-D)T_p} t'^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta I}{(1-D)T_p} \right)^2 t'^3 \right]_0^{(1-D)T_p} \right)} \quad \text{A.3} \\
 &= \sqrt{\left(\left(I - \frac{\Delta I}{2} \right)^2 + \left(I - \frac{\Delta I}{2} \right) \Delta I + \frac{1}{3} (\Delta I)^2 \right) D} \\
 &\quad + \left(\left(I + \frac{\Delta I}{2} \right)^2 - \left(I + \frac{\Delta I}{2} \right) \Delta I + \frac{1}{3} (\Delta I)^2 \right) (1-D) \\
 &= \sqrt{\left(I^2 + \frac{1}{12} \Delta I^2 \right)} = I \sqrt{1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\Delta I}{I} \right)^2}
 \end{aligned}$$

Finalement

$ I_{(rms)} = \underbrace{I}_{\substack{\text{Courant efficace} \\ \text{sans ondulation}}} \underbrace{\sqrt{1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\Delta I}{I} \right)^2}}_{\substack{\text{Effet de l'ondulation}}} $	A.4
--	-----

A.2 COURANT PULSÉ AVEC ONDULATION SUPERPOSÉE À CROISSANCE LINÉAIRE

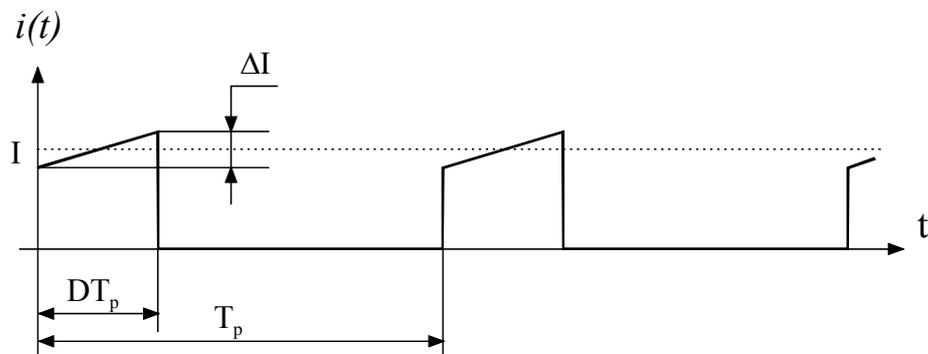


Figure A. 2 : Courant pulsé avec ondulation superposée

Définition du courant moyen

$$I_{(mean)} = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} i(t) dt = \frac{1}{T_p} \left(\int_0^{DT_p} \left(I - \frac{\Delta I}{2} + \Delta I \frac{t}{DT_p} \right) dt + \int_{DT_p}^{T_p} (0) dt \right) = D \cdot I \tag{A.5}$$

Définition du courant efficace

$$I_{(rms)} = \sqrt{\frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} (i(t))^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T_p} \int_0^{DT_p} \left(I - \frac{\Delta I}{2} + \Delta I \frac{t}{DT_p} \right)^2 dt} \tag{A.6}$$

$$\begin{aligned} I_{(rms)} &= \sqrt{\frac{1}{T_p} \int_0^{DT_p} \left(\left(I - \frac{\Delta I}{2} \right)^2 + 2 \left(I - \frac{\Delta I}{2} \right) \frac{\Delta I}{DT_p} t + \left(\frac{\Delta I}{DT_p} \right)^2 t^2 \right) dt} \\ &= \sqrt{\frac{1}{T_p} \left(\left(I - \frac{\Delta I}{2} \right)^2 t + \left(I - \frac{\Delta I}{2} \right) \frac{\Delta I}{DT_p} t^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta I}{DT_p} \right)^2 t^3 \right) \Bigg|_0^{DT_p}} \\ &= \sqrt{\left(\left(I - \frac{\Delta I}{2} \right)^2 + \left(I - \frac{\Delta I}{2} \right) \Delta I + \frac{1}{3} (\Delta I)^2 \right) D} \\ &= \sqrt{\left(I^2 + \frac{1}{12} \Delta I^2 \right) D} = I \cdot \sqrt{D} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\Delta I}{I} \right)^2} \end{aligned} \tag{A.7}$$

Finalement

$$I_{(rms)} = \underbrace{I \sqrt{D}}_{\text{Courant efficace sans ondulation}} \underbrace{\sqrt{1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\Delta I}{I} \right)^2}}_{\text{Effet de l'ondulation}} \tag{A.8}$$

Le tableau comparatif ci-dessous permet d'estimer l'erreur faite lorsque l'on s'affranchit de l'ondulation superposée

Ondulation de courant rapportée au courant I	Courant continu avec ondulation	Courant pulsé
$\Delta I = 0 \cdot I$	I	$\sqrt{D} \cdot I$
$\Delta I = 0.2 \cdot I$	$1.00167 \cdot I$	$1.00167 \cdot \sqrt{D} \cdot I$
$\Delta I = 0.5 \cdot I$	$1.01036 \cdot I$	$1.01036 \cdot \sqrt{D} \cdot I$
$\Delta I = 1 \cdot I$	$1.04083 \cdot I$	$1.04083 \cdot \sqrt{D} \cdot I$
$\Delta I = 2 \cdot I$	$1.15470 \cdot I$	$1.15470 \cdot \sqrt{D} \cdot I$

B. ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE LINÉAIRE DU PREMIER ORDRE

Dans le but de définir l'expression du courant pseudo-continu du variateur bidirectionnel, on traitera ici le cas d'un circuit RL excité par une source sinusoïdale.

B.1 EXEMPLE THÉORIQUE

Soit l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dy}{dt} + ay = b + c \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad B.1$$

où a, b et c sont des constantes. Cherchons tout d'abord la solution de l'équation générale homogène

$$\frac{dy}{dt} + ay = 0 \quad B.2$$

En posant pour solution de l'équation homogène la forme générale

$$y_g = Ce^{kt} \quad B.3$$

on obtient l'équation caractéristique

$$k + a = 0 \quad B.4$$

Par suite la solution de l'équation homogène est

$$y_g = Ce^{-at} \quad B.5$$

Cherchons à présent la solution particulière y_p de l'équation non homogène sous la forme

$$y_p = A \cos(\omega t + \varphi) + B \sin(\omega t + \varphi) + D \quad B.6$$

En substituant B.6 dans la relation B.1, on obtient

$$\begin{aligned} A &= -\frac{\omega}{\omega^2 + a^2} c \\ B &= \frac{a}{\omega^2 + a^2} c \\ D &= \frac{b}{a} \end{aligned} \quad B.7$$

Et la solution générale de l'équation est

$$y = y_g + y_p = -\frac{\omega}{\omega^2 + a^2} c \cdot \cos(\omega t + \varphi) + \frac{a}{\omega^2 + a^2} c \cdot \sin(\omega t + \varphi) + Ce^{-at} + \frac{b}{a} \quad B.8$$

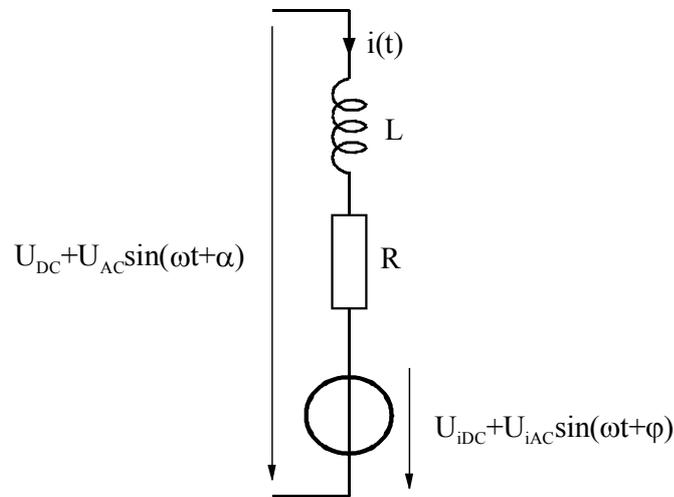
La constance C est obtenue par la connaissance de la condition initiale. En effet

$$y(0) = C + \frac{b}{a} - \frac{\omega}{\omega^2 + a^2} c \cdot \cos(\varphi) + \frac{a}{\omega^2 + a^2} c \cdot \sin(\varphi) \quad B.9$$

et par conséquent

$$y(t) = \frac{c}{\omega^2 + a^2} \left(a \cdot (\sin(\omega t + \varphi) - \sin(\varphi) \cdot e^{-at}) - \omega \cdot (\cos(\omega t + \varphi) - \cos(\varphi) \cdot e^{-at}) \right) + \frac{b}{a} (1 - e^{-at}) + y(0) \cdot e^{-at} \quad B.10$$

B.2 EXEMPLE : CHARGE AVEC TENSION INTERNE



Charge RL avec tension interne

Dans ce cas on a l'équation différentielle suivante

$$U_{DC} + U_{AC} \sin(\omega t + \alpha) - (U_{iDC} + U_{iDC} \sin(\omega t + \varphi)) = L \frac{di}{dt} + Ri \quad B.11$$

ou sous une autre forme

$$\frac{U_{AC}}{L} \sin(\omega t + \alpha) - \frac{U_{iAC}}{L} \sin(\omega t + \varphi) + \frac{U_{DC}}{L} - \frac{U_{iDC}}{L} = \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i \quad B.12$$

en se référant à la relation B.1, on peut écrire :

$$a = \frac{R}{L}$$

$$b_1 = \frac{U_{DC}}{L}, \quad b_2 = -\frac{U_{iDC}}{L} \quad B.13$$

$$c_1 = \frac{U_{AC}}{L}, \quad c_2 = \frac{U_{iAC}}{L}$$

et par conséquent, on obtient pour la solution générale

$$\begin{aligned}
 i(t) = & \frac{U_{diAC}}{(\omega L)^2 + R^2} \left(\underbrace{R \sin(\omega t + \alpha)}_{\text{Régime permanent sinusoidal}} - \underbrace{\sin(\alpha) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}}_{\text{Régime transitoire sinusoidal}} - \omega L \left(\underbrace{\cos(\omega t + \alpha)}_{\text{Régime permanent sinusoidal}} - \underbrace{\sin(\alpha) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}}_{\text{Régime transitoire sinusoidal}} \right) \right) \\
 & - \frac{U_{iAC}}{(\omega L)^2 + R^2} \left(\underbrace{R \sin(\omega t + \varphi)}_{\text{Régime permanent sinusoidal}} - \underbrace{\sin(\varphi) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}}_{\text{Régime transitoire sinusoidal}} - \omega L \left(\underbrace{\cos(\omega t + \varphi)}_{\text{Régime permanent sinusoidal}} - \underbrace{\sin(\varphi) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}}_{\text{Régime transitoire sinusoidal}} \right) \right) \\
 & + \frac{U_{diDC} - U_{iDC}}{R} \left(\underbrace{1}_{\text{Régime permanent continu}} - \underbrace{e^{-\frac{R}{L}t}}_{\text{Régime transitoire continu}} \right) + \underbrace{i(0) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}}_{\text{Régime transitoire propre à la condition initiale}}
 \end{aligned} \tag{B.14}$$

En régime permanent on peut également écrire

$$\begin{aligned}
 i(t) = & \frac{U_{AC}}{(\omega L)^2 + R^2} (R \sin(\omega t + \alpha) - \omega L \cos(\omega t + \alpha)) \\
 & - \frac{U_{iAC}}{(\omega L)^2 + R^2} (R \sin(\omega t + \varphi) - \omega L \cos(\omega t + \varphi)) \\
 & + \frac{U_{DC} - U_{iDC}}{R}
 \end{aligned} \tag{B.15}$$

Le système étant linéaire, on peut utiliser le principe de superposition. On écrit

Pour le régime AC (grandeurs complexes)

$$\underline{I}_{AC} = \frac{1}{R + j\omega L} U_{AC} e^{j\alpha} - \frac{1}{R + j\omega L} U_{iAC} e^{j\varphi} \tag{B.16}$$

Pour le régime DC (grandeurs réelles)

$$I_{DC} = \frac{1}{R + j\omega L} U_{DC} e^{j\alpha} - \frac{1}{R + j\omega L} U_{iDC} e^{j\varphi} \tag{B.17}$$

C. DIAGRAMME STRUCTUREL

Dans cette annexe, on introduit brièvement le diagramme structurel de la charge afin de pouvoir comparer ce dernier au modèle aux bornes et au modèle mathématique.

C.1 TENSION AUX BORNES DE LA CHARGE

La tension aux bornes de la charge (moyenne glissante) est donnée par la relation suivante :

$$u_{di}(t) = (2 \cdot d(t) - 1) \cdot U_e \tag{C.1}$$

C.2 DÉFINITION DE LA CHARGE

La charge est généralement définie par une résistance R_a une inductance L_a et une source de tension interne U_i . Cette charge peut représenter soit un moteur soit le réseau d'alimentation. L'équation électrique de cette charge est représentée par l'équation différentielle suivante :

$$u_{di}(t) = R_a i_d(t) + L_a \frac{di_d(t)}{dt} + u_i(t) \tag{C.2}$$

La transformée de Laplace de cette équation différentielle, en tenant compte du courant initial $i_d(0)$ donne

$$U_{di}(s) = R_a I_d(s) + L_a (s I_d(s) + I_d(0)) + U_i(s) \tag{C.3}$$

Exprimons cette relation sous une forme plus pratique

$$I_d(s) = \frac{1}{sL_a} (U_{di}(s) - U_i(s) - R_a I_d(s)) + \frac{I_d(0)}{s} \tag{C.4}$$

A partir de la relation C.4, il est possible de tracer le diagramme structurel de la charge

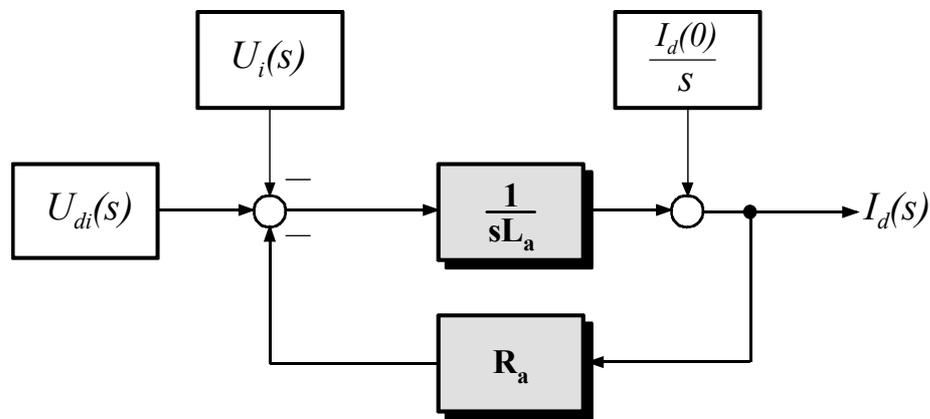


Diagramme structurel de la charge

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **COLLECTION ÉLECTRICITE**
CONVERTISSEURS STATIQUES
Auteur : Hansruedi Bühler
Chapitre 2, §2.5
Presses Polytechniques et Universitaires Romandes
ISBN : 2-88074-230-7
- [2] **TRAITÉ D'ÉLECTRICITÉ**
ÉLECTRONIQUE INDUSTRIELLE 1 : ELECTRONIQUE DE PUISSANCE
Auteur : Hansruedi Bühler
Chapitre 12, §12.6
Presses Polytechniques et Universitaires Romandes
ISBN : 2-604-00017-2
- [3] **ELECTRICAL TECHNOLOGY**
ELECTRIC DRIVES
Auteur : Ion Boldea, S.A.Nasar
Chapitre 3, §3.7
CRRC Press LLC
ISBN : 0-84493-2521-8