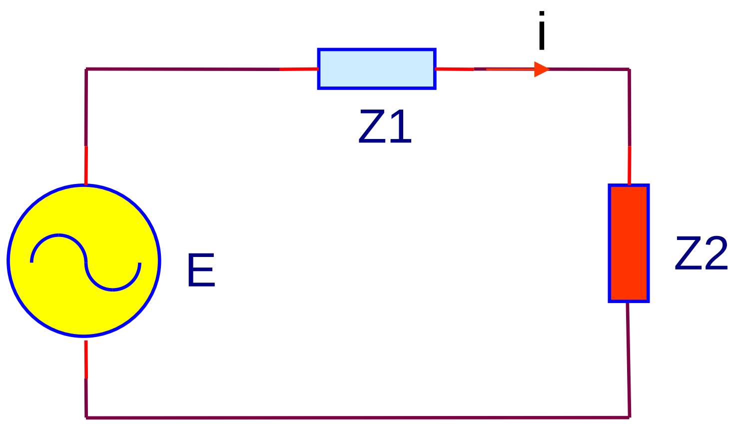
Ecole Nationale Supérieure des Mines
SAINT-ETIENNE
Cycle ISMIN

Radiocommunications

Adaptation d'impédance

Joël Redoutey - 2009

Puissance maximale transmise



Z1 = R1 + jX1

Z2 = R2 + jX2

Valeur de Z2 pour que la puissance reçue soit maximale ?

Adaptation des réactances

Courant dans le circuit: I = E/(Z1 + Z2) = E/{(R1 + R2) + j(X1 +X2)}

$$|I| = \frac{E}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2}}$$

Puissance utile reçue par Z2

$$P = R_2 I^2 = \frac{R_2 E^2}{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2}$$

P est maximale pour X1+X2 = 0 $\longrightarrow$ **X2 = -X1**

Puissance maximale

X2 = -X1 $\longrightarrow$ $$P = \frac{R_2 E^2}{(R_1 + R_2)^2}$$

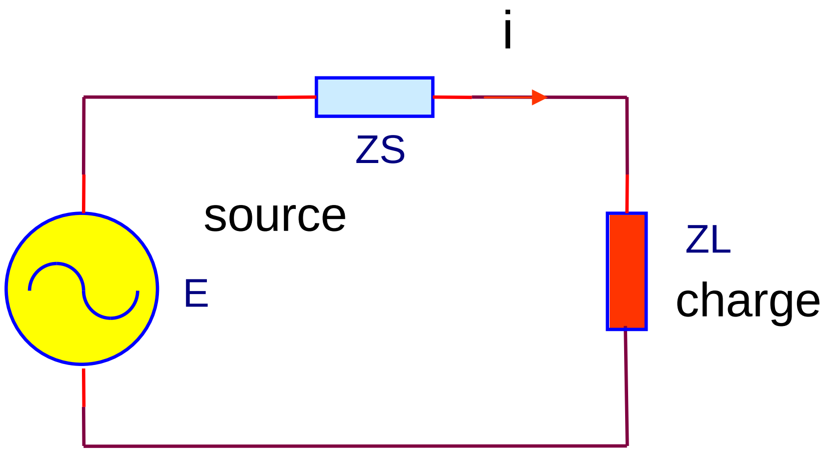
P max ? $$\frac{dP}{dR_2} = E^2\left[\frac{(R_1+R_2)^2 - 2R_2\left(R_1+R_2\right)}{(R_1+R_2)^4}\right] = 0$$

$$\frac{dP}{dR_2} = E^2\left[\frac{(R_1+R_2)\left(R_1-R_2\right)}{(R_1+R_2)^4}\right] = 0$$

$$\boxed{\mathbf{R_2 = R_1}}$$

$$\boxed{P_{max} = E^2/4R_2}$$

Adaptation



$Zs = Rs + jXs$

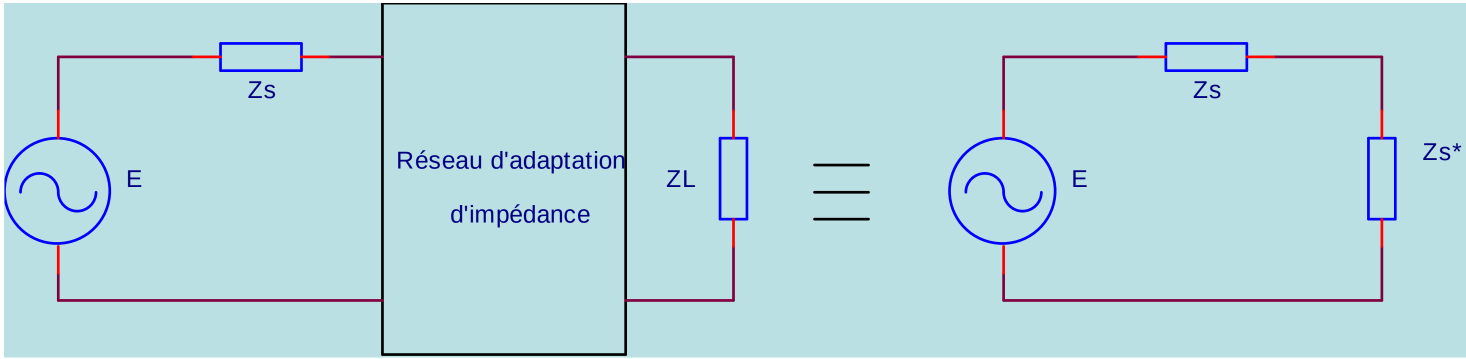
$Z_L = R_L + jX_L$

La puissance transmise par une source d'impédance ZS à une charge ZL est maximale si les deux impédances sont ***conjuguées***

$$\boxed{\mathbf{Z_L = R_S - jX_S}}$$

Circuit d’adaptation d’impédance

Comment transférer la puissance maximale lorsque les impédances de source et de charge sont quelconques ?



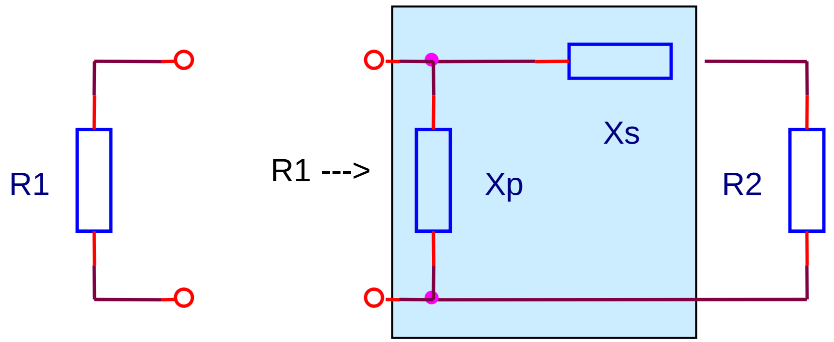
Le but du réseau d’adaptation d’impédance est de *transformer* l’impédance de charge Z_L en une impédance Z_S* conjuguée de celle de la source

Circuit en L

Cas de deux résistances pures

R1>R2

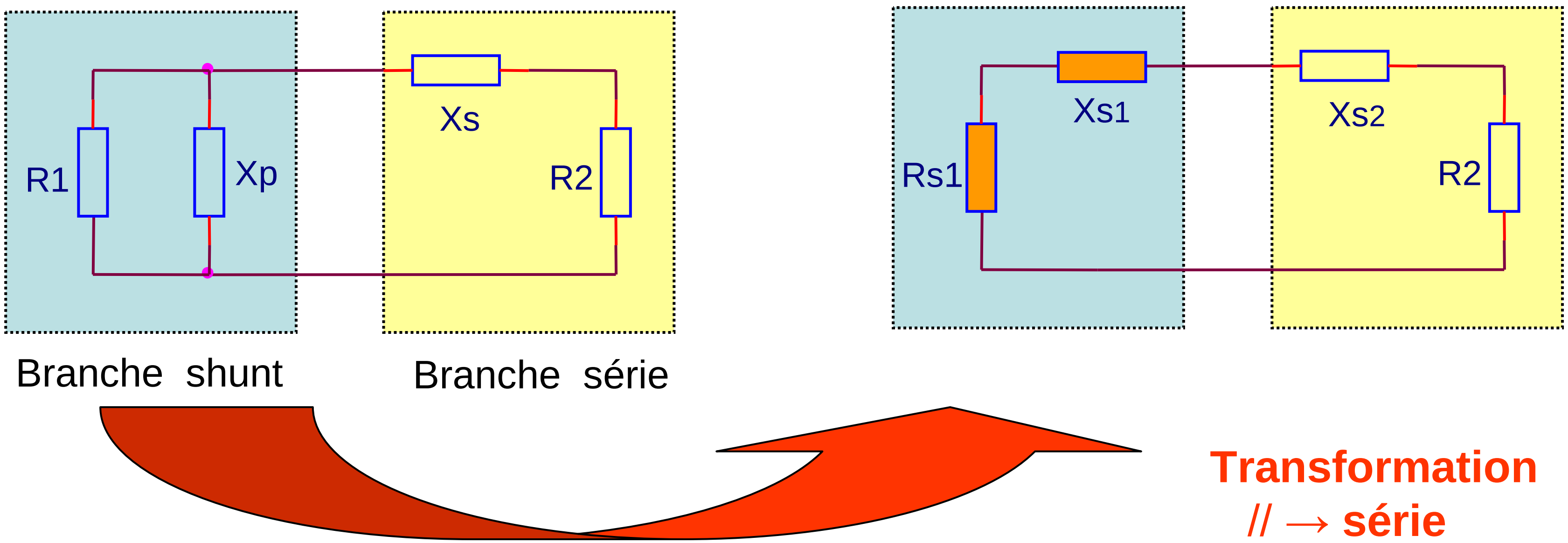
R1= nR2
n>1



Circuit en L

Le circuit en L se compose de deux réactances Xp (shunt) et Xs (série). La *branche parallèle* (shunt) du L doit toujours se situer *du côté de la résistance la plus forte*.

Nature de Xs et Xp

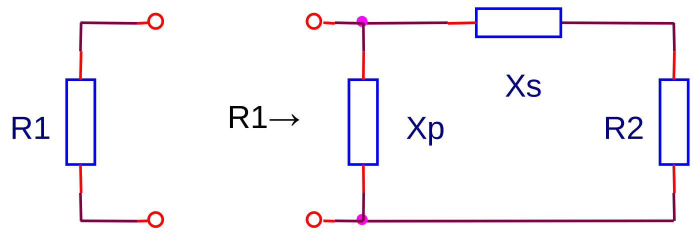


Transformation
// → série

Adaptation → Zs1 = Zs2* → Xs1 = -Xs2 → signe (Xp) = - signe (Xs)

Les réactances Xs et Xp sont de signe opposé, si l'une est *capacitive*, l'autre est *inductive* et vice versa

Calcul de Xs et Xp



Impédance vue de R1 $$R_1 = jX_p \,//\, (R_2 + j\,X_s)$$

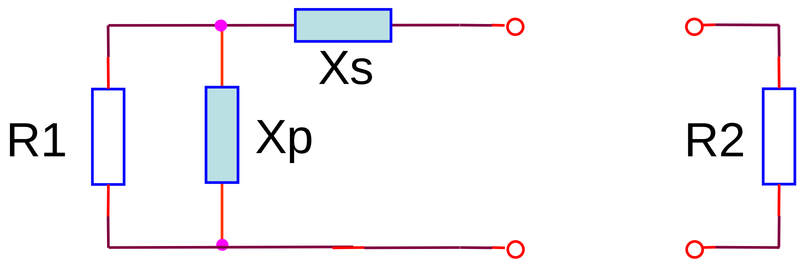
$$R_1 = \frac{jX_P(R_2 + jX_S)}{R_2 + j(X_P + X_S)} = \frac{R_2 X_P{}^2}{R_2{}^2 + (X_P + X_S)^2} + j\frac{R_2{}^2 X_P + X_P X_S(X_p + X_S)}{R_2{}^2 + (X_P + X_S)^2}$$

R1 est réelle (résistance pure)

$$R_2{}^2 X_P + X_P X_S (X_P + X_S) = 0$$

$$R_2{}^2 = -X_S(X_P + X_S)$$

Calcul de Xs et Xp



Impédance vue de R2 *R2= jXp // (R1) + j Xs*

$$R_2 = \frac{jR_1X_P + jX_S(R_1 + jX_P)}{R_1 + jX_P}$$

$$R_2 = \frac{R_1X_P^{\ 2} + j\left(R_1^{\ 2}(X_P + X_S) + X_P^{\ 2}X_S\right)}{R_1^{\ 2} + X_P^{\ 2}}$$

R2 est réelle (résistance pure)

$$R_1^{\ 2}(X_P + X_S) + X_P^{\ 2}X_S = 0$$

$$R_2 = \frac{R_1X_P^{\ 2}}{R_1^{\ 2} + X_P^{\ 2}}$$

Calcul de Xp

$$R_2 = \frac{R_1 X_P{}^2}{R_1{}^2 + X_P{}^2} \longrightarrow X_p^2 = \frac{R_2 R_1^2}{R_1 - R_2}$$

$$X_p = \mp R_1 \sqrt{\frac{R_2}{R_1 - R_2}}$$

Ou encore si n = R1/R2 n>1

$$X_P = \mp R_1 \frac{1}{\sqrt{n-1}}$$

Calcul de Xs

$$R_1^{\,2}(X_P + X_S) + X_P^{\,2} X_S = 0$$

$$R_1^{\,2} = -\frac{X_P^{\,2} X_S}{X_P + X_S}$$

$R_2^{\,2} = -X_S(X_P+X_S)$

$(R_1R_2)^2 = (X_PX_S)^2$

Xp et Xs de signe opposé

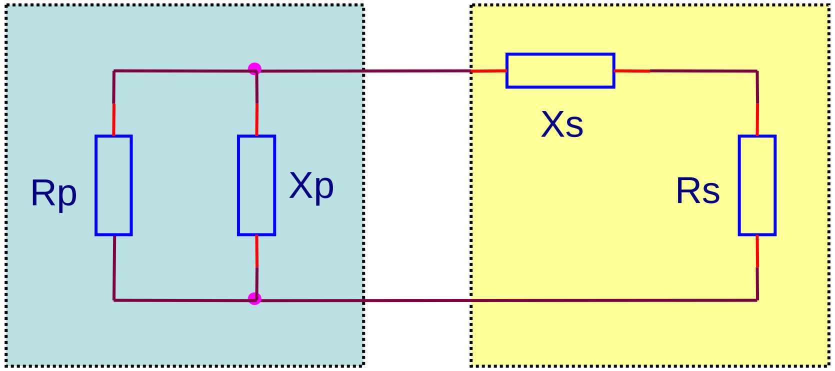
$R_1R_2 = -X_PX_S$

$$X_S = \mp\sqrt{R_2(R_1 - R_2)}$$

Ou encore si n = R1/R2 n>1

$$X_S = \mp R_2\sqrt{n-1}$$

Facteur de Qualité



Branche shunt

Branche série

Qp = Rp/Xp

Qs = Xs/Rs

$R_P R_S = -X_P X_S \longrightarrow |Qs| = |Qp|$

$$\boxed{Q_S = Q_P = \mp\sqrt{\frac{R_P}{R_S} - 1} = \mp\sqrt{n-1}}$$

$n = Rp/Rs > 1$

Méthode de calcul du réseau en L

1 – déterminer le ***sens du réseau***: la branche shunt du côté de la résistance la plus forte

2 – calculer le ***rapport de transformation n***

$n = R\ \text{forte} / R\ \text{faible} \quad n>1$

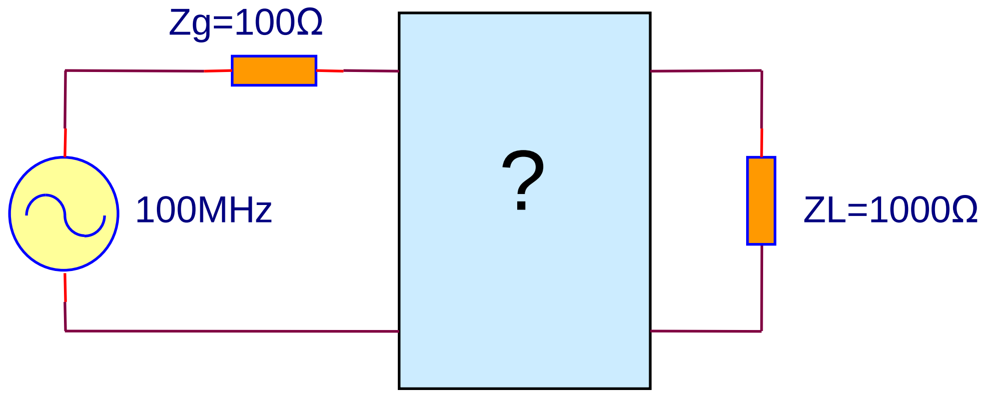
3 – calculer le ***facteur de qualité*** du circuit

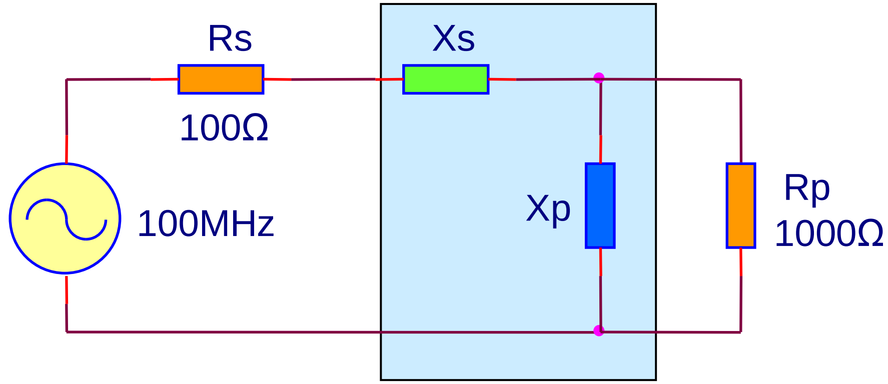
4 – calculer la ***valeur des réactances Xs et Xp***

5 – calculer la ***valeur des éléments*** (inductance et capacité)

6 - choisir la solution ***passe haut*** ou ***passe bas*** selon l'application

Exemple





n = 10

Calcul des réactances Xs et Xp

$$Q_S = Q_P = \mp\sqrt{n-1} = \mp\sqrt{9} = \mp 3$$

$$Xs = Qs\ Rs = \pm\ 3.100 = \pm\ 300\Omega$$

$$Xp = Rp/Qp = \pm\ 1000/3 = \pm\ 333\Omega$$

Solution 1

Xs = 300Ω

Xp = - 333Ω

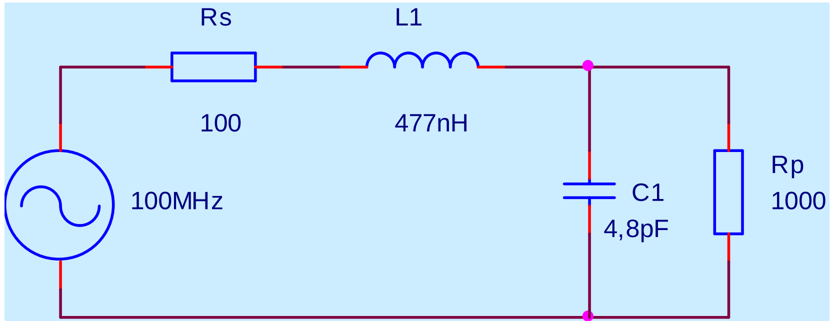
Solution 2

Xs = -300Ω

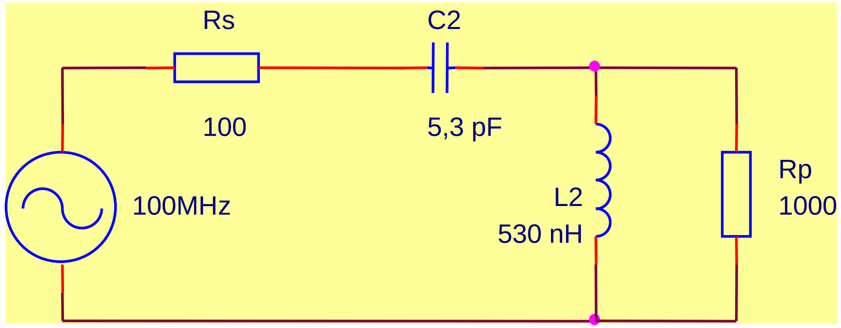
Xp = 333Ω

Calcul des éléments

Solution 1: passe bas



Solution 2: passe haut



Xs1 = 300Ω
Xp1 = - 333Ω

Xs2 = -300Ω
Xp2 = 333Ω

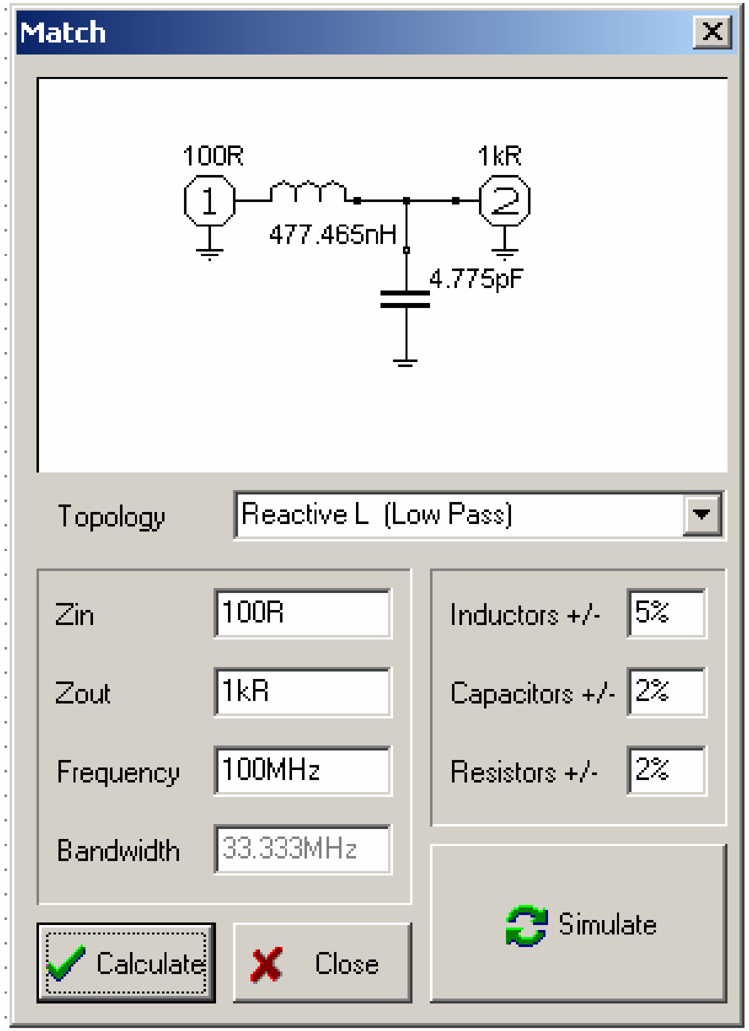
$L_1 = X_{S1}/2\pi f_0 = 300/6{,}28.100.10^6$
L1 = 477nH

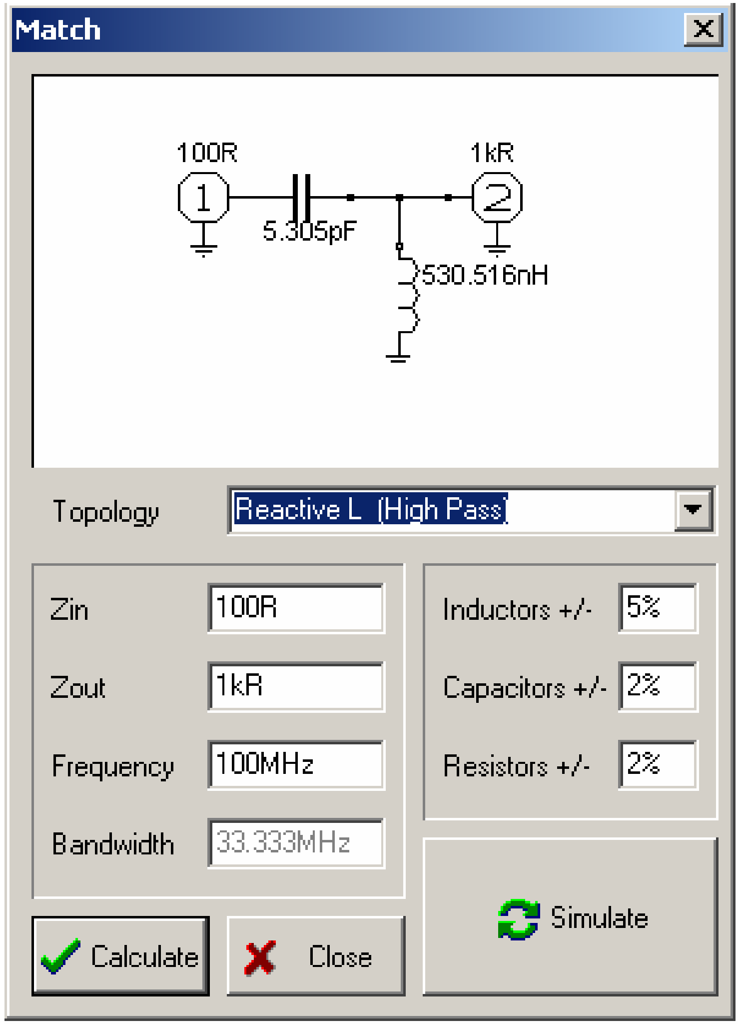
$C_1 = 1/2\pi f_0 X_{P1} = 1/2\pi.100.10^6.333$
C1 = 4,8 pF

$C_2 = 1/2\pi f_0 X_{S2} = 1/2\pi.100.10^6.300$
C2 = 5,3 pF

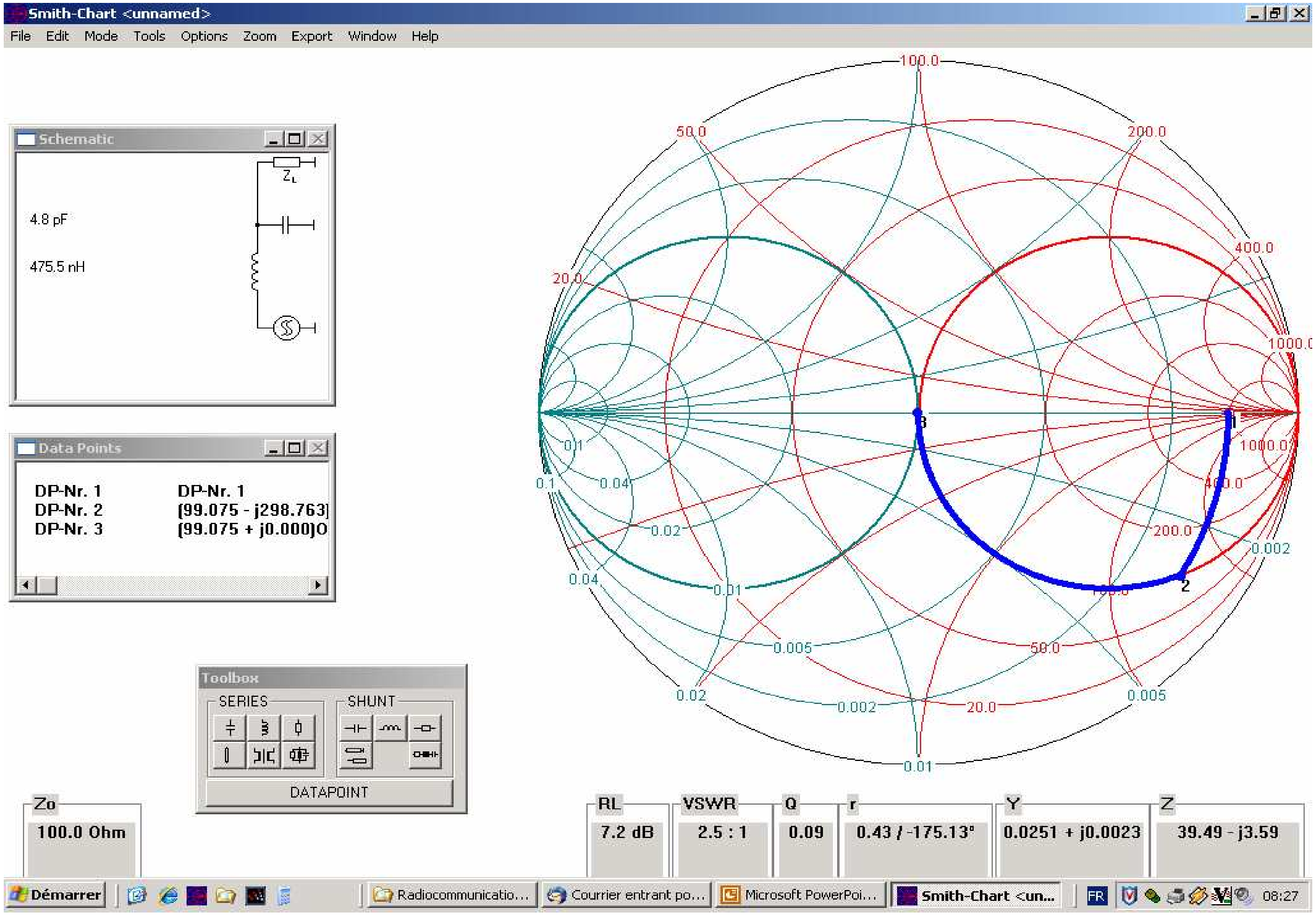
$L_2 = X_{P2}/2\pi f_0 = 333/2\pi.100.10^6$
L2 = 530 nH

Simulation RFSIM

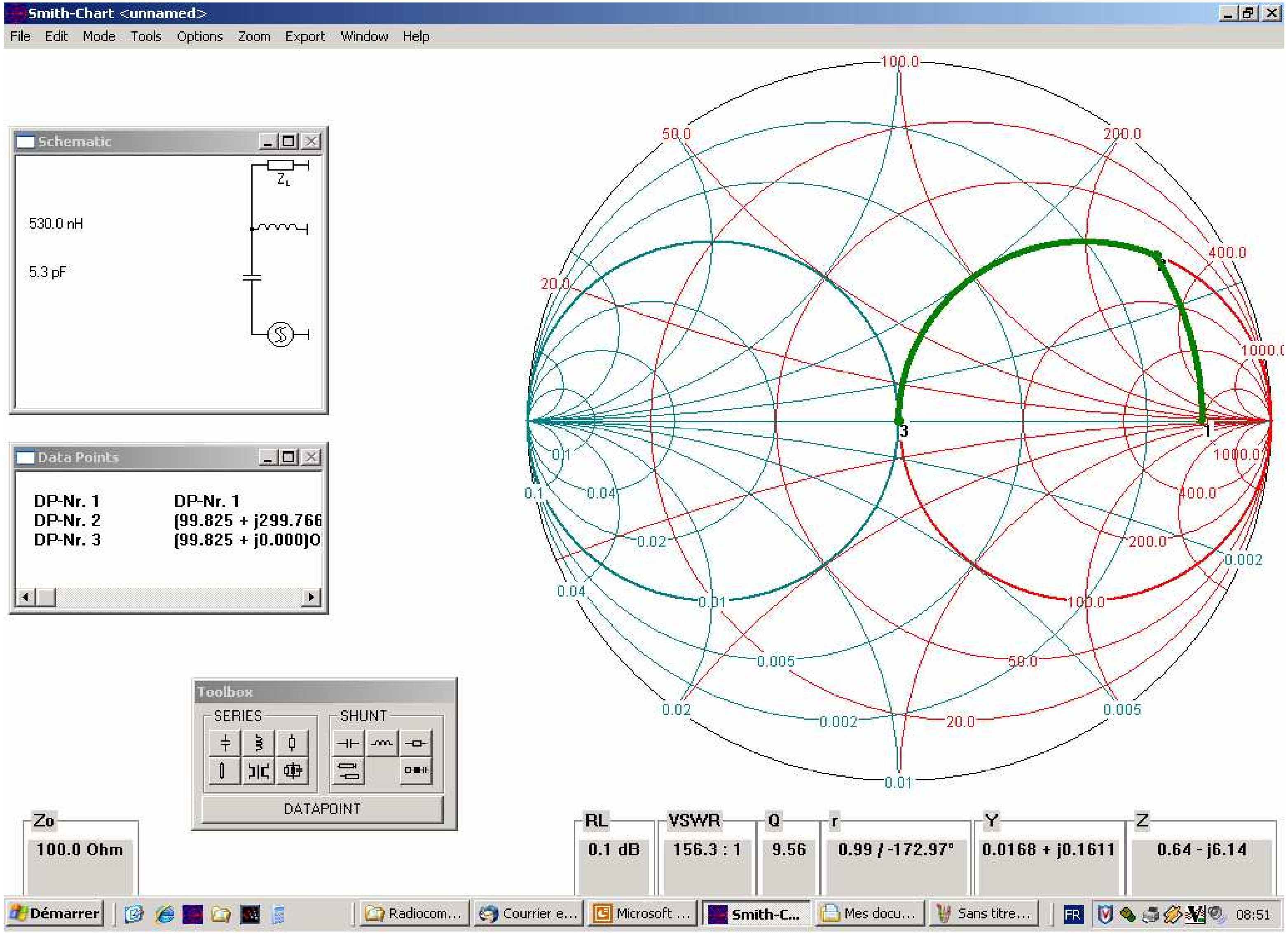




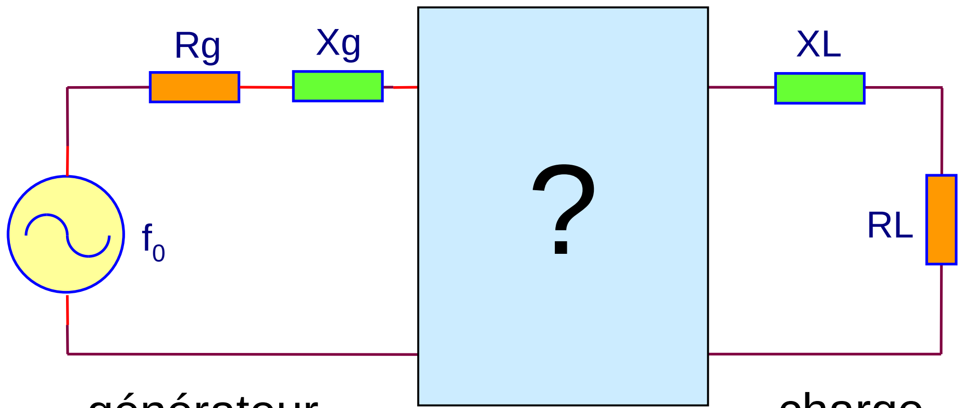
Abaque de Smith



Abaque de Smith



Cas d’impédances complexes



générateur

charge

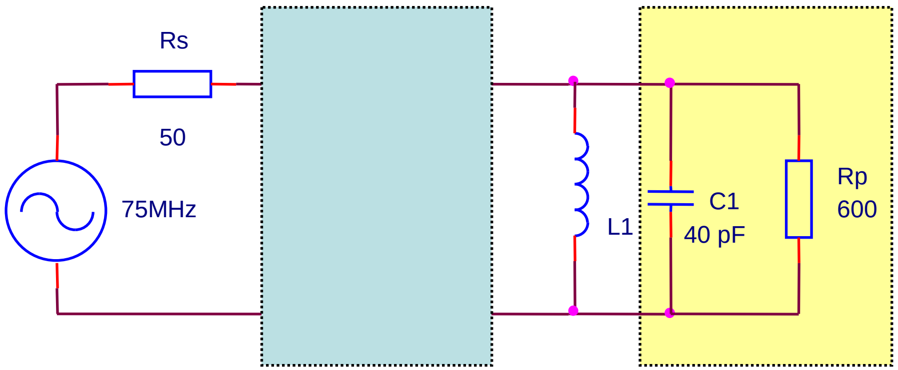
Zg = Rg + jXg

ZL = RL + jXL

On se ramène au cas précédent :

- En intégrant les réactances dans le réseau d’adaptation (absorption)
- En annulant les réactances par une réactance de signe opposé (résonance)

Exemple



L1 = 1/C1(2πf0)2 = 1/(2π.75.106)2.40.10-12 = 112,6 nH

$$Q_S = Q_P = \pm\sqrt{\frac{600}{50} - 1} = \pm 3{,}32$$

On choisit le passe haut

$X_S = Q_S R_S = 3{,}32.50 = 166\Omega$
$C_S = 1/X_S 2\pi f_0 = 1/2\pi.75.10^6.166 = 12{,}8\ \text{pF}$

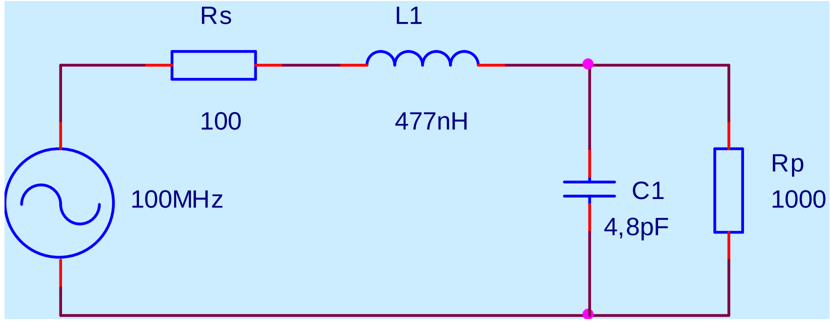
$X_P = R_P/Q_P = 600/3{,}32 = 181\Omega$
$L_P = X_P/2\pi f_0 = 181/2\pi.75.10^6 = 384\ \text{nH}$

$L_{eq} = L_1 L_P/(L_1+L_P) = 112{,}6 \times 384/(112{,}6+384) = 87\ \text{nH}$

Bande passante de l'adaptation

L'adaptation n'est parfaite qu'à la fréquence f_0

exemple



Qs = Qp = 3

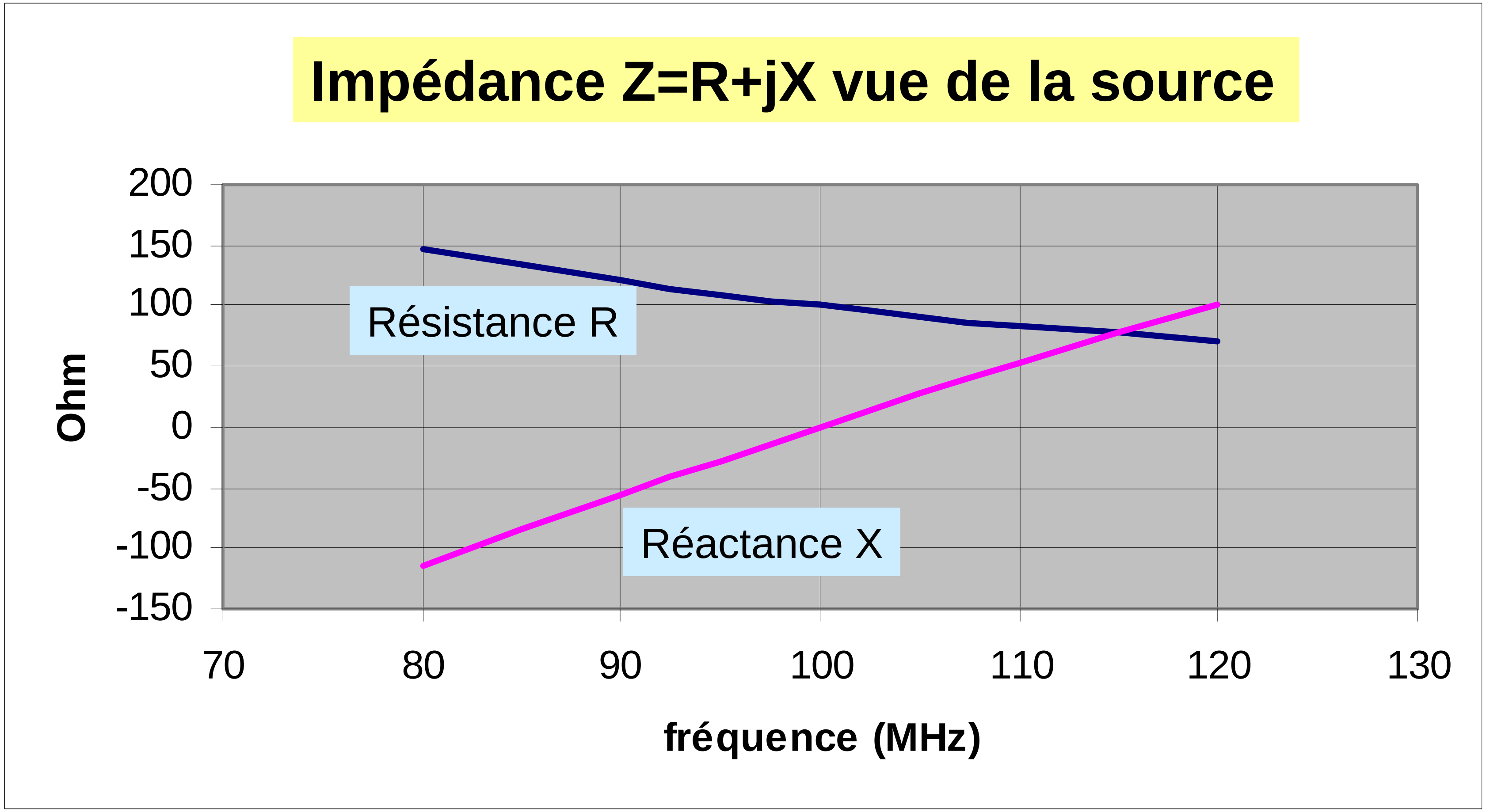
f_0 = 100 MHz

Impédance vue de la source:

$$Z_{in} = jL\omega + \frac{R_L \dfrac{1}{jC\omega}}{R_L + \dfrac{1}{jC\omega}} = jL\omega + \frac{R_L}{1 + jCR_L\omega}$$

f = 95 MHz	Zin = 109,6 – j 27,4	capacitive
f = 105 MHz	Zin = 91,5 + j26,6	inductive

Bande passante de l'adaptation



Q et bande passante

Le facteur de qualité Q du circuit a une importance considérable sur la bande passante:

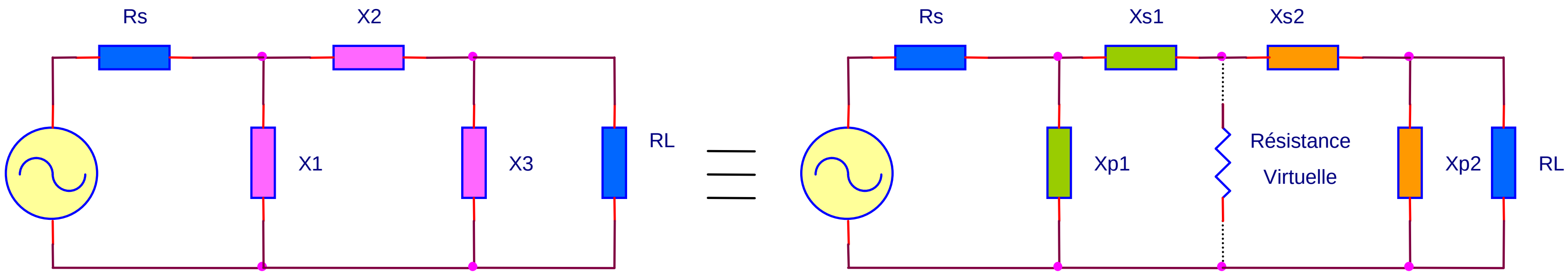
Plus le facteur de qualité Q du circuit est élevé, plus la bande passante est étroite.

Pour un circuit en L, il n'existe qu'<u>une seule valeur de Q </u>permettant l'adaptation.

Choix de Q → Circuit à 3 (ou plus) réactances

Circuit d'adaptation en PI

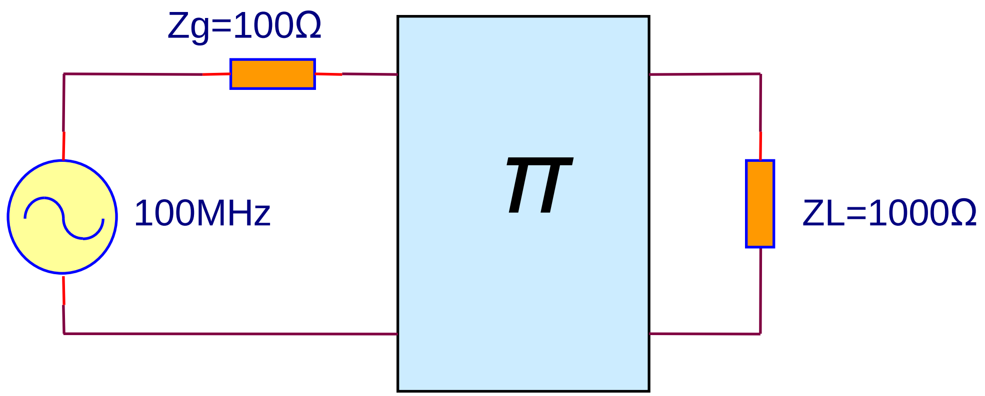
Les réseaux d'adaptation en Pi permettent la réalisation de circuits d'adaptation d'impédance dont le facteur de qualité Q peut prendre n'importe quelle valeur à condition qu'elle soit <u>supérieure</u> à celle du réseau en L assurant la même fonction. $Q\pi > QL$



Le réseau en Π peut être décomposé en deux réseaux en L montés en cascade et procurant une adaptation à une résistance virtuelle RV située entre les deux.

Rv < Max (Rs, RL)

Exemple



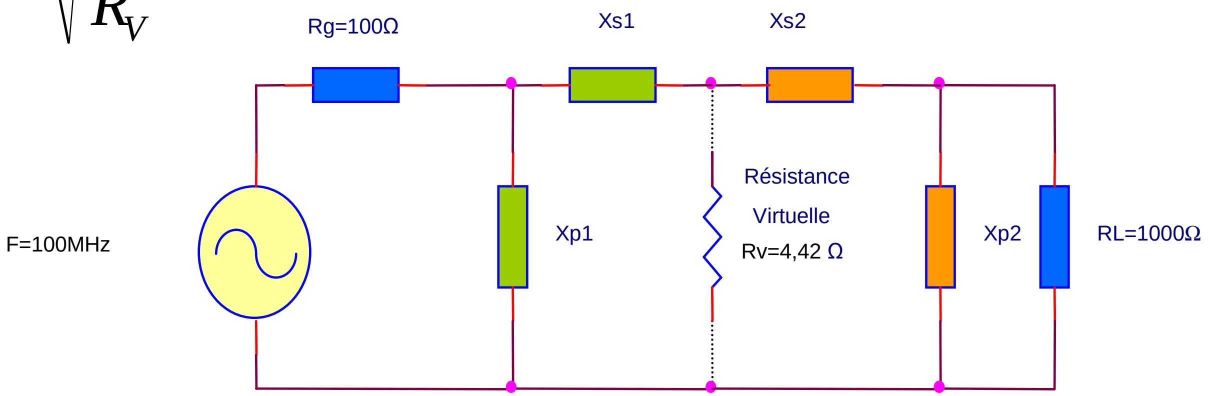
On veut Q=15

$$Q_L = \mp\sqrt{n-1} = \mp\sqrt{9} = \mp 3$$

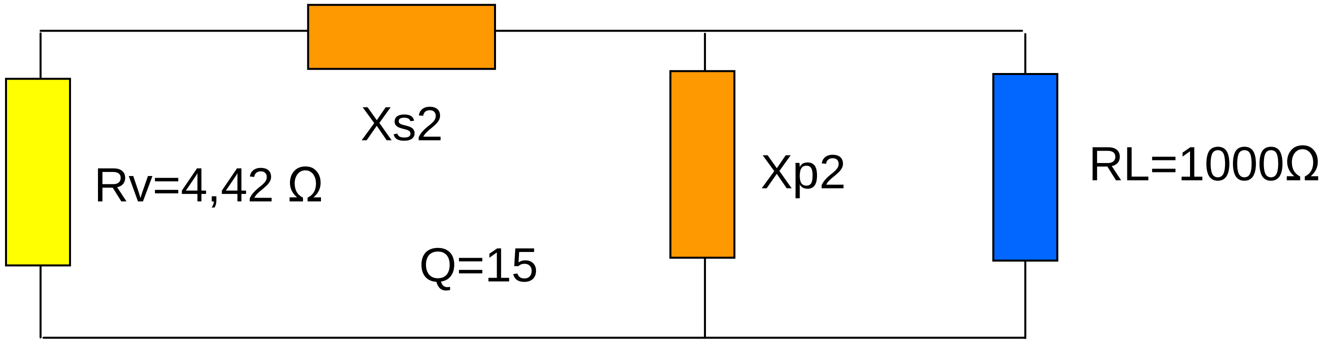
$Q\pi > QL$ ***faisable***

$$Q = \sqrt{\frac{R_L}{R_V} - 1}$$

RV = RL/(Q^2 + 1) = 1000/(15^2 + 1) = 4,42Ω



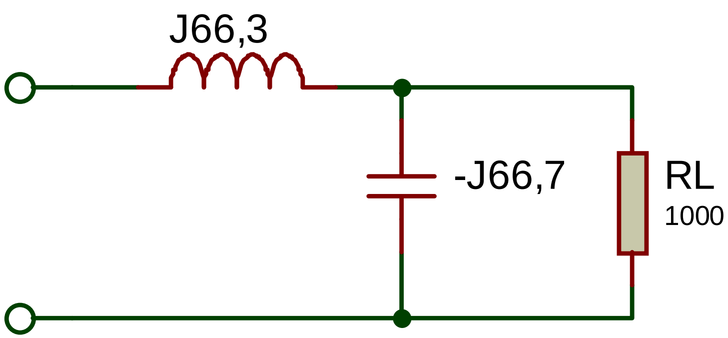
Coté charge

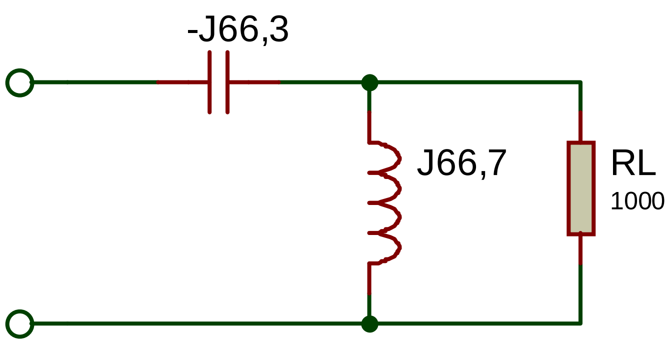


$X_{P2} = R_P/Q_P = R_L/Q = 1000/15 = 66{,}7\Omega$

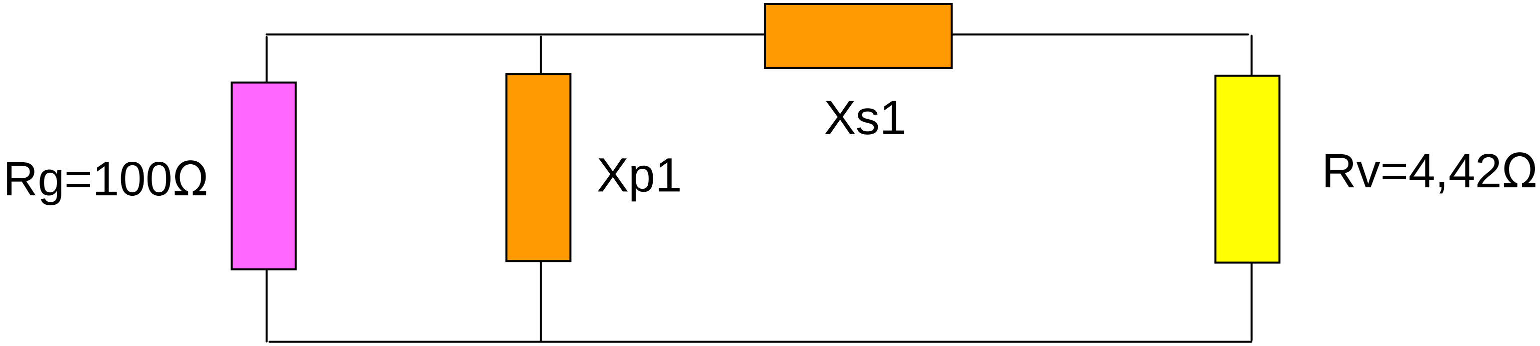
$X_{S2} = Q_S R_S = QR_V = 15.4{,}42 = 66{,}3\Omega$

2 solutions:





Coté source

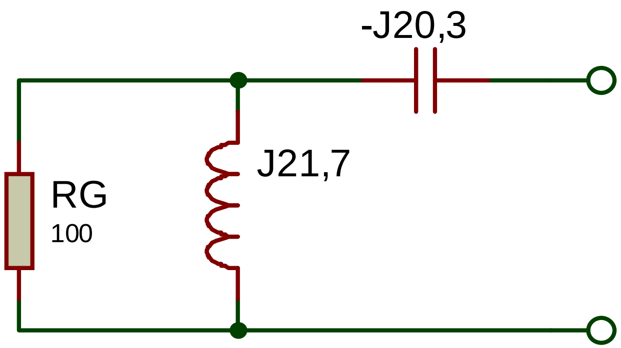


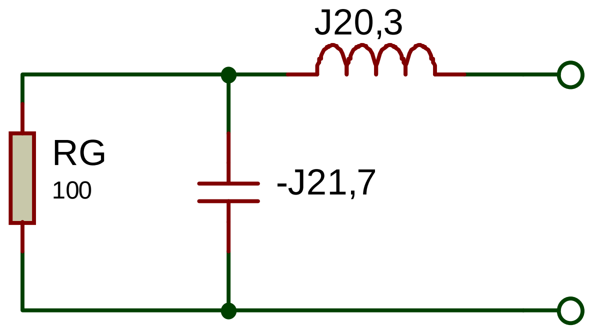
$$Q' = \sqrt{\frac{R_g}{R_V} - 1} = \sqrt{\frac{100}{4{,}42} - 1} = 4{,}6$$

Xp1 = Rg/Q’ = 100/4,6 = 21,7Ω

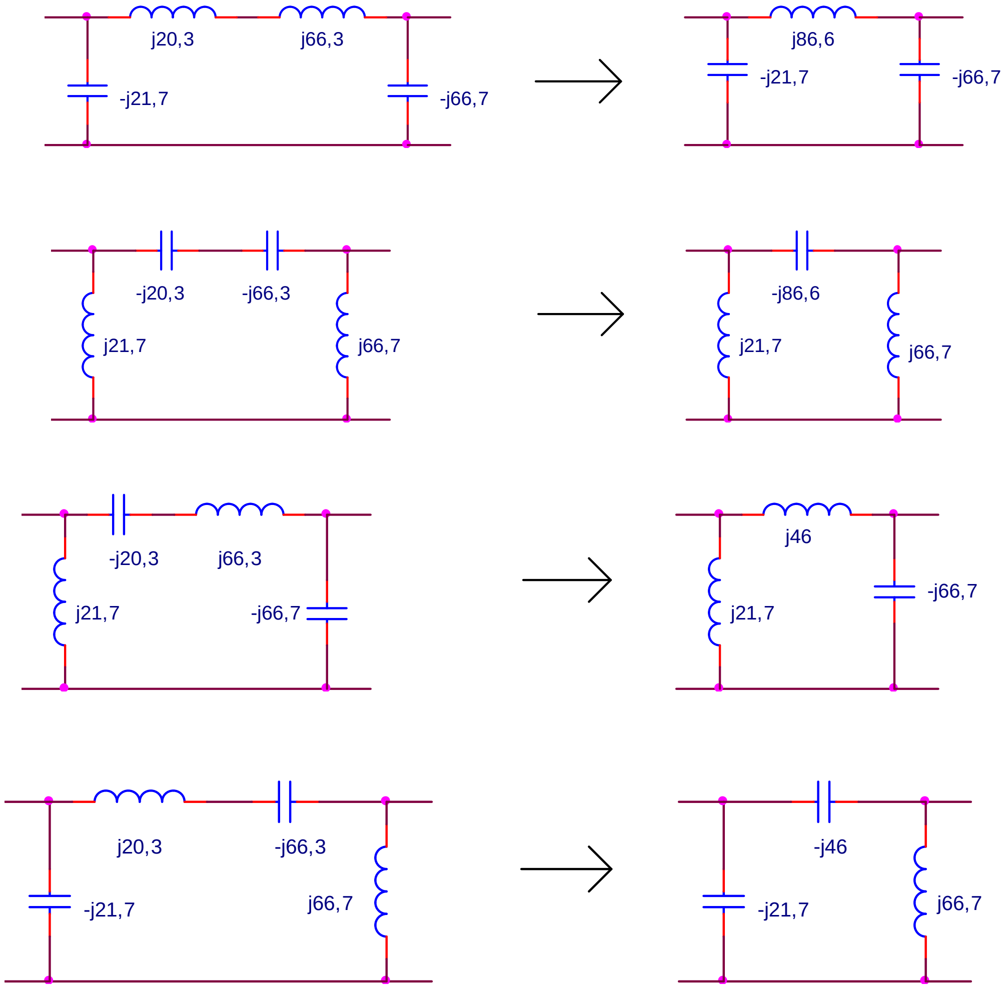
Xs1 = Q’Rv = 4,6.4,42 = 20,3Ω

2 solutions:





Circuit en PI



F=100MHz

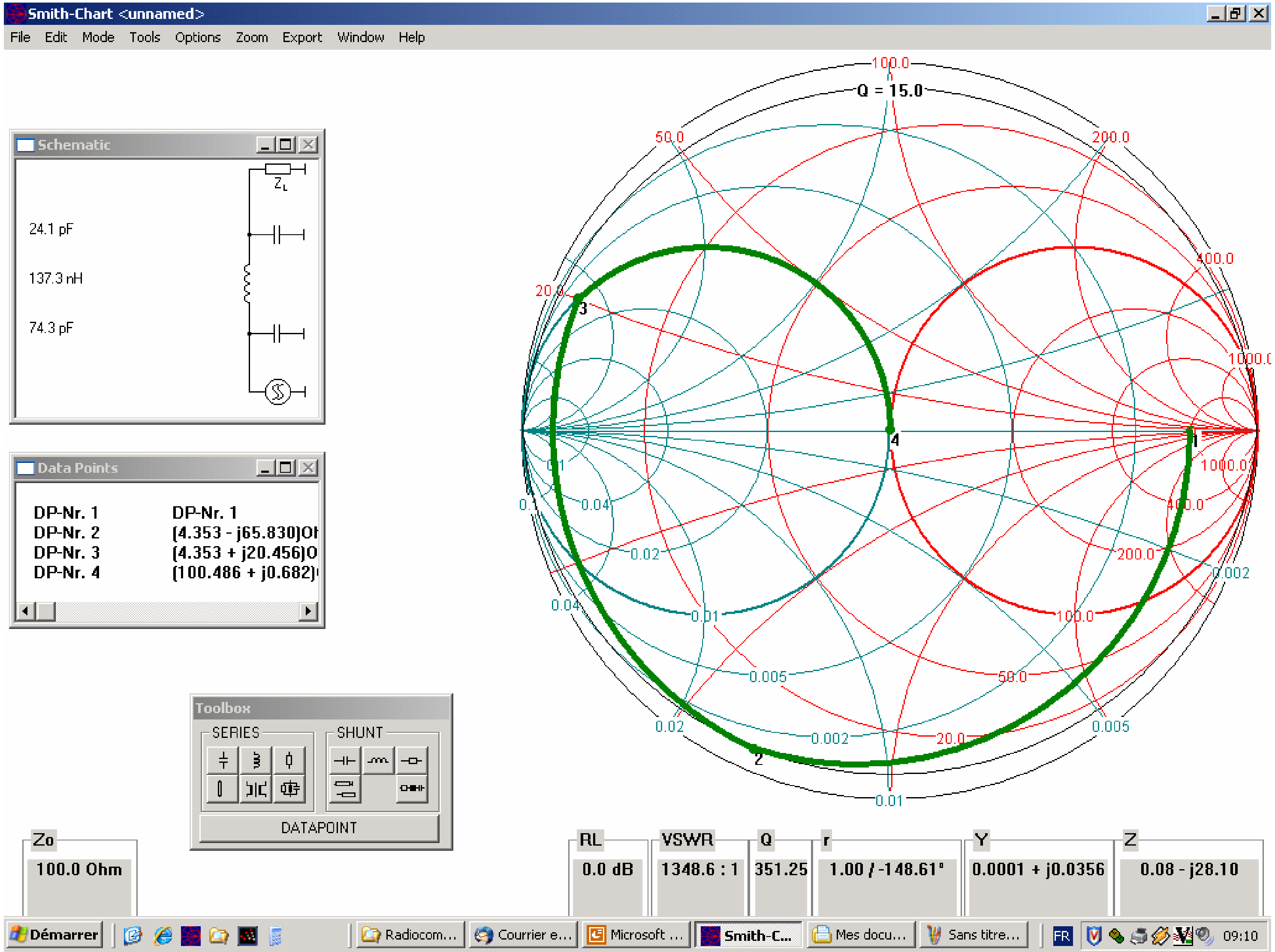
-j21,7 Ω → 74 pF
j21,7 Ω → 34 nH

-j66,7 Ω → 24pF
j66,7 Ω → 106 nH

-j86,6 Ω → 18 pF
j86,6 Ω → 138 nH

-j46 Ω → 35 pF
j46 Ω → 73 nH

Exemple de résolution graphique



Boite d'accord d'antenne