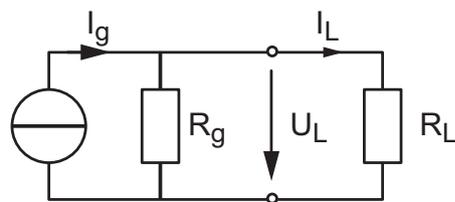
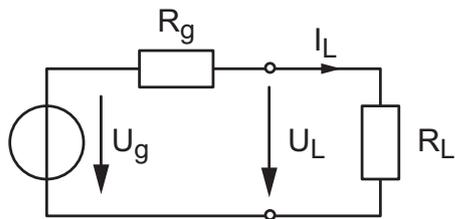


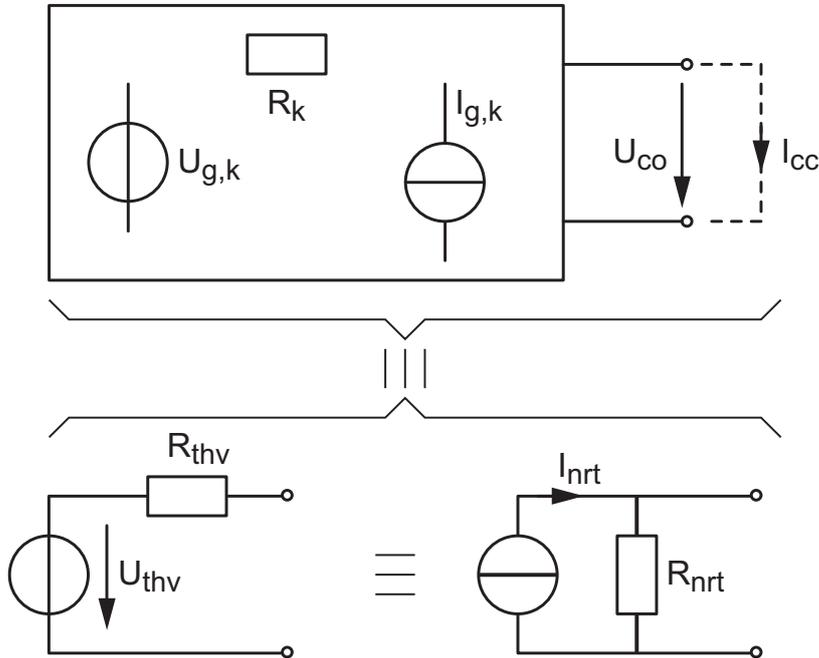
# 1 Circuits linéaires et amplificateurs

## 1.1 Rappel des éléments de base

### 1.1.1 Générateurs de tension et de courant



### 1.1.2 Théorèmes de Thévenin et de Norton



### 1.1.3 Adaptation d'impédance

On dit que les impédances entre un générateur et sa charge sont adaptées lorsque le maximum de puissance est fournie à la charge. Considérant le générateur de tension et sa charge décrits plus haut, on peut écrire les deux équations suivantes :

$$U_L = U_g \frac{R_L}{R_g + R_L}, \quad I_L = \frac{U_g}{R_g + R_L} \quad (1.1)$$

On en déduit que la puissance reçue par la charge vaut

$$P_L = U_L \cdot I_L = (U_g)^2 \frac{R_L}{(R_g + R_L)^2} \quad (1.2)$$

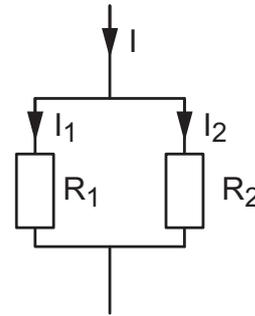
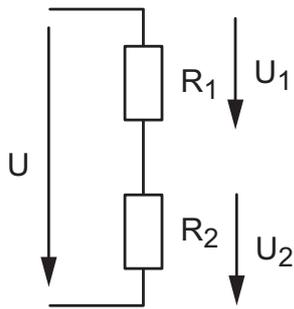
Cette puissance tend vers zéro lorsque  $R_L \rightarrow 0$  ou  $R_L \rightarrow \infty$ . Entre deux, elle passe par un maximum lorsque

$$R_L = R_g \quad (1.3)$$

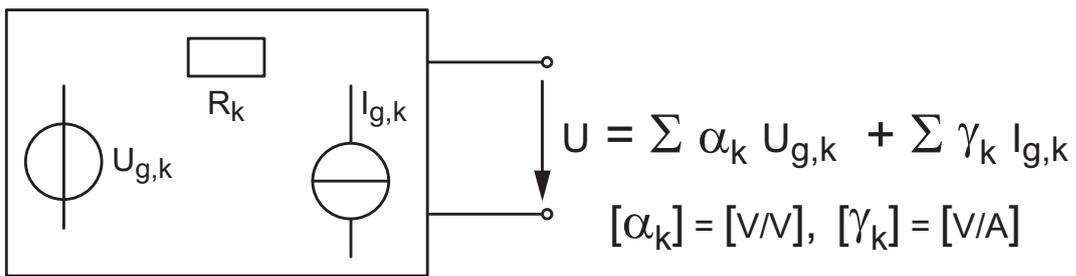
La puissance maximum que peut recevoir une charge vaut donc

$$P_{L,max} = \frac{(U_g)^2}{4 R_g} = \frac{U_{co} \cdot I_{cc}}{4} = \frac{U_{thv} \cdot I_{nrt}}{4} \quad (1.4)$$

1.1.4 Diviseurs de tension et de courant



1.1.5 Théorème de superposition



1.1.6 Exemple

## 1.2 Amplificateurs linéaires

### 1.2.1 Généralités

Un amplificateur est un ensemble électronique actif constitué de composants pouvant amplifier des courants ou tensions, tels que des transistors par exemple. Pour que l'amplificateur puisse fonctionner, il est nécessaire de l'alimenter avec une tension continue ; mais, dans les schémas de principe ou d'analyse, l'alimentation n'est jamais mentionnée. Les seules connexions indiquées sont les deux bornes d'entrée auxquelles on relie la source et les deux bornes de sortie entre lesquelles on branche la charge. Les amplificateurs sont utilisés pratiquement partout ; ils servent à amplifier, filtrer, détecter, transformer des signaux, etc.

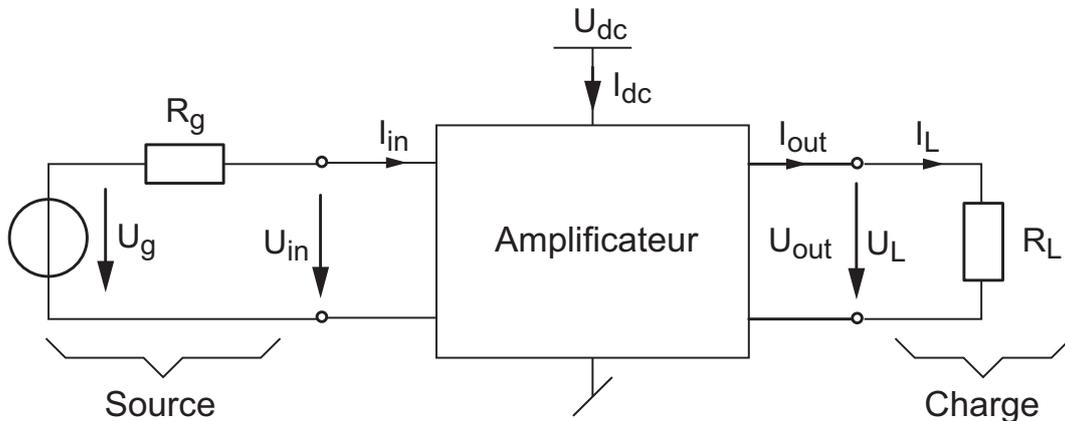


FIG. 1.1: Schéma général d'un circuit d'amplification

Les gains intéressants du point de vue de l'utilisateur sont, pour une charge  $R_L$  donnée, les gains en tension, en courant et en puissance définis comme suit pour un amplificateur parfait (sans tension ni courant de décalage)

$$A_u \equiv \frac{U_{out}}{U_{in}}, \quad A_i \equiv \frac{I_{out}}{I_{in}}, \quad A_p \equiv \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad (1.5)$$

Comme la puissance est égale au produit tension-courant, les trois gains sont bien évidemment reliés entre eux par la relation suivante

$$A_p \equiv \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{U_{out} I_{out}}{U_{in} I_{in}} = A_u A_i \quad (1.6)$$

Il est important de relever que les gains sont souvent exprimés en dB et qu'ils valent alors

$$A_{u,dB} \equiv 20 \log(|A_u|) \quad A_{i,dB} \equiv 20 \log(|A_i|) \quad (1.7)$$

$$A_{p,dB} \equiv 10 \log(A_p) = 10 \log(A_u A_i) = \frac{1}{2} (A_{u,dB} + A_{i,dB}) \quad (1.8)$$

Afin de faciliter l'analyse des systèmes électroniques dans lesquels on utilise les amplificateurs, on les représente par des modèles linéaires adaptés aux applications. Si l'on veut simplement amplifier une tension ou un courant, on utilisera un amplificateur de tension ou de courant. Si l'on souhaite transformer une tension en un courant, on travaillera avec un amplificateur à transconductance ; dans le cas inverse, on prendra un amplificateur à transrésistance. Mais comme on le verra, grâce au théorème de Norton, ces quatre représentations sont totalement équivalentes.

### 1.2.2 Amplificateurs unilatéraux

Les modèles que l'on utilisera par la suite pour représenter les amplificateurs sont dits unilatéraux. Cela signifie que la tension et le courant de sortie n'ont aucun effet sur les signaux d'entrée. Ce choix est simplement dû au fait que ces modèles sont très simples à calculer et que les amplificateurs réels sont pratiquement unilatéraux. Dans ce cas, les paramètres caractérisant les amplificateurs sont au nombre de trois : le gain à vide et les résistances d'entrée et de sortie.

De plus, comme les *amplificateurs réels* possèdent inévitablement des tensions et courants de décalage qui entraînent une grandeur de sortie non nulle pour une entrée nulle, la relation entrée-sortie d'un amplificateur de tension, par exemple, s'écrira

$$U_{out} = U_{os} + A_u U_{in} \quad (1.9)$$

où  $U_{os}$  représente la tension de décalage et  $A_u$  le gain en tension. On voit ainsi que les paramètres de l'amplificateur doivent être calculés en considérant les variations plutôt que les valeurs des tensions et courants. Ainsi, pour les amplificateurs de tension ou de courant, on aura

$$A_{uo} \equiv \left. \frac{\Delta U_{out}}{\Delta U_{in}} \right|_{I_{out}=0}, \quad A_{io} \equiv \left. \frac{\Delta I_{out}}{\Delta I_{in}} \right|_{U_{out}=0} \quad (1.10)$$

$$R_{in} \equiv \frac{\Delta U_{in}}{\Delta I_{in}}, \quad R_{out} \equiv \left. \frac{\Delta U_{out}}{-\Delta I_{out}} \right|_{U_{in}=0} \quad (1.11)$$

### 1.2.3 Amplificateurs bilatéraux

Les amplificateurs bilatéraux sont des amplificateurs dont la tension et le courant d'entrée dépendent de ce que l'on fait en sortie. À cause de ces interactions, ces circuits sont plus compliqués à calculer que les amplificateurs unilatéraux.

Pour tenir compte du fait que la sortie influence l'entrée, on doit définir un paramètre supplémentaire, le gain inverse  $A_{..r}$ . De plus comme ces paramètres dépendent des résistances  $R_g$  et  $R_L$ , il est important de préciser leur valeur. Les paramètres d'un amplificateur de tension bilatéral sont alors définis comme suit

$$A_u \equiv \left. \frac{\Delta U_{out}}{\Delta U_{in}} \right|_{R_L=\dots}, \quad A_{ur} \equiv \left. \frac{\Delta U_{in}}{\Delta U_{out}} \right|_{U_g=0, R_g=\dots} \quad (1.12)$$

$$R_{in} \equiv \left. \frac{\Delta U_{in}}{\Delta I_{in}} \right|_{R_L=\dots}, \quad R_{out} \equiv \left. \frac{\Delta U_{out}}{-\Delta I_{out}} \right|_{U_g=0, R_g=\dots} \quad (1.13)$$

### 1.2.4 Exemple

La figure 1.2 présente les schémas de deux amplificateurs de courant : le premier est unilatéral alors que le deuxième est bilatéral. Dans ce dernier, le couplage entre la sortie et l'entrée est dû à la résistance  $R_3$ .

Les paramètres de l'amplificateur de tension unilatéral découlent immédiatement de leur définition et de l'observation du schéma ; on a en effet

$$R_{in} = \frac{U_{in}}{I_{in}} = R_1 \quad (1.14)$$

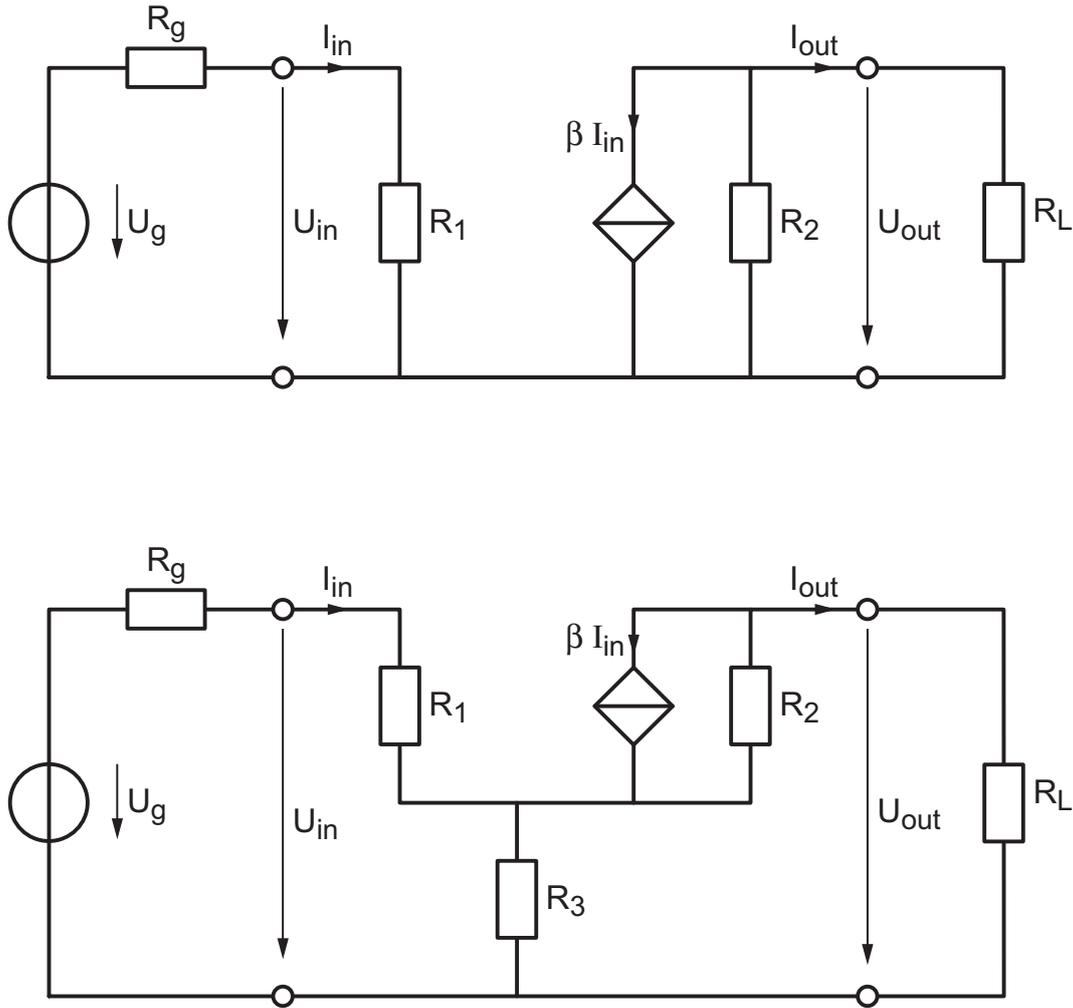


FIG. 1.2: Schémas d'amplificateurs unilatéral et bilatéral

$$R_{out} = \left. \frac{U_{out}}{-I_{out}} \right|_{U_{in}=0} = R_2 \quad (1.15)$$

$$A_{uo} \equiv \left. \frac{U_{out}}{U_{in}} \right|_{I_{out}=0} = \frac{-\beta I_{in} R_2}{I_{in} R_1} = -\frac{\beta R_2}{R_1} \quad (1.16)$$

Pour obtenir les caractéristiques de l'amplificateur de tension bilatéral, il faut commencer par écrire les équations du circuit et les résoudre :

$$U_{in} = U_g - R_g I_g \quad (1.17)$$

$$U_{in} = R_1 I_{in} + R_3 (I_{in} - I_{out}) \quad (1.18)$$

$$U_{out} = -R_2 (\beta I_{in} + I_{out}) + R_3 (I_{in} - I_{out}) \quad (1.19)$$

$$U_{out} = R_L I_{out} \quad (1.20)$$

De ces quatre équations, on tire les expressions des quatre paramètres de l'amplificateur bilatéral qui valent

$$R_{in} = \frac{U_{in}}{I_{in}} = R_1 + R_3 \frac{R_L + R_2 + \beta R_2}{R_2 + R_3 + R_L} \quad (1.21)$$

$$R_{out} = \frac{U_{out}}{-I_{out}} = R_2 + R_3 \left( 1 + \frac{\beta R_2 - R_3}{R_g + R_1 + R_3} \right) \quad (1.22)$$

$$A_u = \frac{U_{out}}{U_{in}} = -\alpha \frac{R_L}{R_2 + R_3(1 + \alpha) + R_L} \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{\beta R_2 - R_3}{R_1 + R_3} \quad (1.23)$$

$$A_{ur} = \frac{U_{in}}{U_{out}} \Big|_{U_g=0} = \frac{R_g R_3}{(\beta R_2 - R_3) R_3 + (R_2 + R_3)(R_g + R_1 + R_2)} \quad (1.24)$$

Comme on peut le constater, le défaut majeur des circuits bilatéraux est dû au fait que les paramètres de l'amplificateur ne sont pas indépendants des résistances  $R_g$  et  $R_L$  extérieures à celui-ci et que leur calcul est compliqué. C'est pourquoi, dans la mesure du possible, on réalise des amplificateurs unilatéraux.

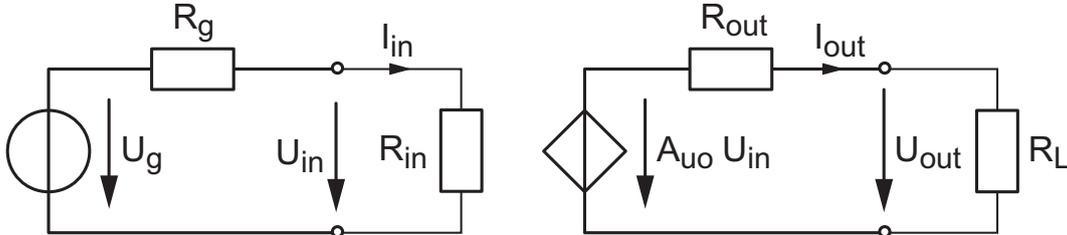
### 1.3 Modèles unilatéraux pour les amplificateurs

Pour ce qui suit, on ne considérera que des amplificateurs unilatéraux supposés parfaits. Les modèles sont alors très simples puisqu'ils se résument aux trois paramètres que sont le gain à vide et les résistances d'entrée et de sortie. Suivant le point de vue adopté, on peut représenter un même amplificateur à l'aide de quatre modèles différents reliés entre eux par les transformations de Thévenin-Norton :

- les amplificateurs tension-tension caractérisés le gain  $A_{uo}$ ,
- les amplificateurs courant-courant caractérisés le gain  $A_{io}$ ,
- les amplificateurs tension-courant caractérisés la transconductance  $G_{mo}$ ,
- les amplificateurs courant-tension caractérisés la transrésistance  $R_{mo}$ .

### 1.3.1 Amplificateurs de tension

$$A_{uo} = \text{gain en tension à sortie ouverte} \equiv \left. \frac{U_{out}}{U_{in}} \right|_{I_{out}=0}$$



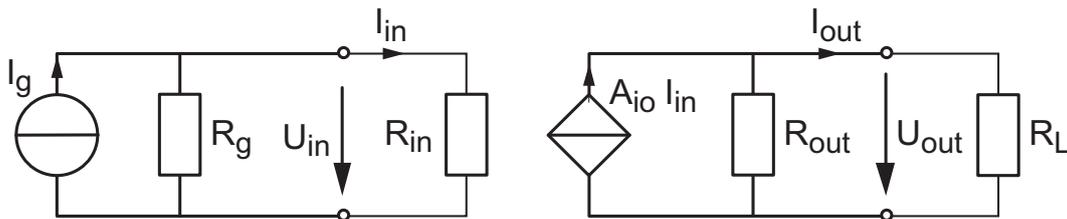
$$A_u \equiv \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{1}{U_{in}} \left( A_{uo} U_{in} \frac{R_L}{R_L + R_{out}} \right) = A_{uo} \frac{R_L}{R_L + R_{out}}$$

$$A_i \equiv \frac{I_{out}}{I_{in}} = \frac{U_{out}/R_L}{U_{in}/R_{in}} = A_u \frac{R_{in}}{R_L}$$

$$U_L = U_{in} A_u = U_g \frac{R_{in}}{R_{in} + R_g} \frac{R_L}{R_L + R_{out}} A_{uo}$$

### 1.3.2 Amplificateurs de courant

$$A_{io} = \text{gain en courant à sortie fermée} \equiv \left. \frac{I_{out}}{I_{in}} \right|_{U_{out}=0}$$



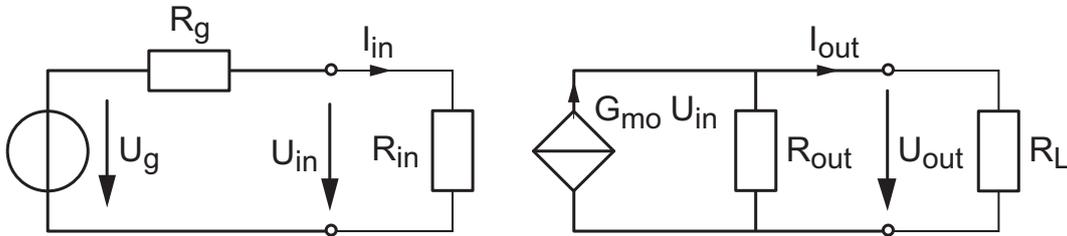
$$A_i \equiv \frac{I_{out}}{I_{in}} = \frac{1}{I_{in}} \left( A_{io} I_{in} \frac{R_{out}}{R_L + R_{out}} \right) = A_{io} \frac{R_{out}}{R_L + R_{out}}$$

$$A_u \equiv \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{I_{out} R_L}{I_{in} R_{in}} = \frac{(A_i I_{in}) R_L}{I_{in} R_{in}} = A_{io} \frac{R_{out}}{R_{in}} \frac{R_L}{R_L + R_{out}}$$

$$I_L = I_{in} A_i = I_g \frac{R_g}{R_{in} + R_g} \frac{R_{out}}{R_L + R_{out}} A_{io}$$

### 1.3.3 Amplificateurs à transconductance

$$G_{mo} = \text{transconductance à sortie fermée} \equiv \frac{I_{out}}{U_{in}} \Big|_{U_{out}=0}$$



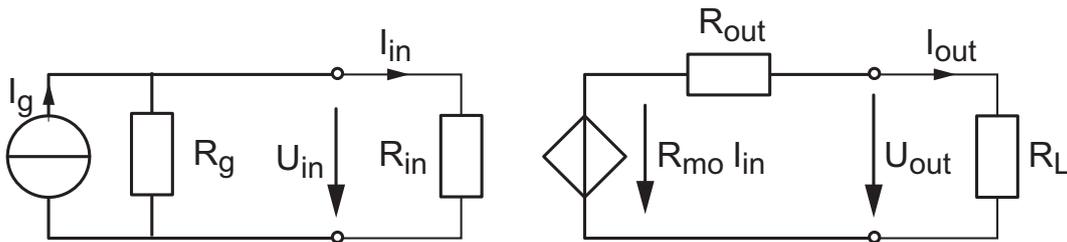
$$G_m \equiv \frac{I_{out}}{U_{in}} = \frac{1}{U_{in}} \left( G_{mo} U_{in} \frac{R_{out}}{R_L + R_{out}} \right) = G_{mo} \frac{R_{out}}{R_L + R_{out}}$$

$$A_u \equiv \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{I_{out} R_L}{U_{in}} = \frac{(G_m U_{in}) R_L}{U_{in}} = G_{mo} R_{out} \frac{R_L}{R_L + R_{out}}$$

$$I_L = U_{in} G_m = U_g \frac{R_{in}}{R_{in} + R_g} \frac{R_{out}}{R_L + R_{out}} G_{mo}$$

### 1.3.4 Amplificateurs à transrésistance

$$R_{mo} = \text{transrésistance à sortie ouverte} \equiv \frac{U_{out}}{I_{in}} \Big|_{I_{out}=0}$$



$$R_m \equiv \frac{U_{out}}{I_{in}} = \frac{1}{I_{in}} \left( R_{mo} I_{in} \frac{R_L}{R_L + R_{out}} \right) = R_{mo} \frac{R_L}{R_L + R_{out}}$$

$$A_u \equiv \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{1}{U_{in}} (R_m I_{in}) = \frac{R_m U_{in} / R_{in}}{U_{in}} = \frac{R_{mo}}{R_{in}} \frac{R_L}{R_L + R_{out}}$$

$$U_L = I_{in} R_m = I_g \frac{R_g}{R_{in} + R_g} \frac{R_L}{R_L + R_{out}} R_{mo}$$

### 1.3.5 Relations entre les quatre représentations

Nous venons de voir quatre représentation possibles pour une même réalité. Il est clair que les résistances d'entrée et de sortie demeurent les mêmes; seules changent les expressions des gains. Grâce au théorème de Norton, on passe facilement d'une représentation à l'autre. On obtient alors les résultats présentés dans le tableau 1.1.

	Gain en tension $A_{uo}$	Gain en courant $A_{io}$
Ampli. de tension	$A_{uo}$	$A_{uo} \frac{R_{in}}{R_{out}}$
Ampli. de courant	$A_{io} \frac{R_{out}}{R_{in}}$	$A_{io}$
Ampli. à transconductance	$G_{mo} R_{out}$	$G_{mo} R_{in}$
Ampli. à transrésistance	$R_{mo} \frac{1}{R_{in}}$	$R_{mo} \frac{1}{R_{out}}$

TAB. 1.1: Équivalences entre les quatre types d'amplificateurs

### 1.3.6 Amplificateurs en cascade

Comme pratiquement, il n'est pas possible d'avoir simultanément les résistances d'entrée, de sortie et le gain souhaités, il est fréquent de devoir cascader plusieurs amplificateurs et de choisir leurs caractéristiques en fonction de la source, de la charge et des besoins en amplification. Par exemple, si l'on doit amplifier une tension avant de l'appliquer à une charge de faible valeur, l'amplificateur est généralement constitué de trois étages permettant d'avoir une impédance d'entrée élevée, un gain élevé et une faible résistance de sortie (figure 1.3).

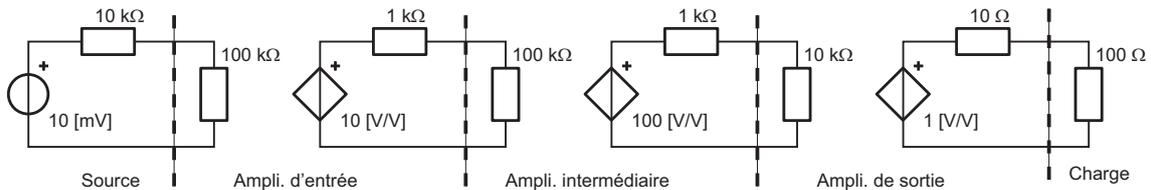


FIG. 1.3: Amplificateurs en cascade

On voit dans cet exemple que l'on a affaire à une succession de gains et de diviseurs de tension; ainsi le gain résultant sera-t-il toujours inférieur au produit des gains à vide de chaque amplificateur. Appliquant la règle du diviseur de tension, on obtient pour chaque étage les gains suivants

$$A_{u1} = 10 \frac{100}{101} = 9.9, \quad A_{u2} = 100 \frac{10}{11} = 90.9, \quad A_{u3} = 1 \frac{100}{110} = 0.909$$

Ce qui donne un gain total valant

$$A_u = A_{u1} A_{u2} A_{u3} = 818 [V/V]$$

A cette diminution du gain vient s'ajouter l'effet du diviseur d'entrée ; ce qui fait que la tension fournie à la charge vaut

$$U_L = U_g \frac{R_{in}}{R_{in} + R_g} A_u = 10 \text{ mV} \frac{100 \text{ k}\Omega}{110 \text{ k}\Omega} 818 \simeq 7.4 \text{ [V]}$$

On voit ainsi que le gain global  $A_{u,gL}$  vaut

$$A_{u,gL} \equiv \frac{U_L}{U_g} = \frac{7.4 \text{ [V]}}{10 \text{ [mV]}} = 740 \text{ [V/V]}$$

alors que le produit des gains à vide donne 1000 [V/V].

## 1.4 Amplificateurs différentiels

Les amplificateurs différentiels sont utilisés chaque fois que l'on doit amplifier un signal perturbé par du bruit ou une composante DC inutile. Comme illustration, considérons l'amplification d'un message  $m(t)$  reçu par un microphone dont le câble capte un bruit électromagnétique  $b(t)$  (figure 1.4). Dans le cas d'une simple amplification unipolaire, le signal amplifié vaudra

$$u_2(t) = A_u (u_1(t) + b(t)) = A_u u_1(t) + A_u b(t) \quad (1.25)$$

Comme le bruit  $b(t)$  est amplifié de la même manière que le message représenté par la tension  $u_1(t)$ , on n'aura rien gagné en qualité.

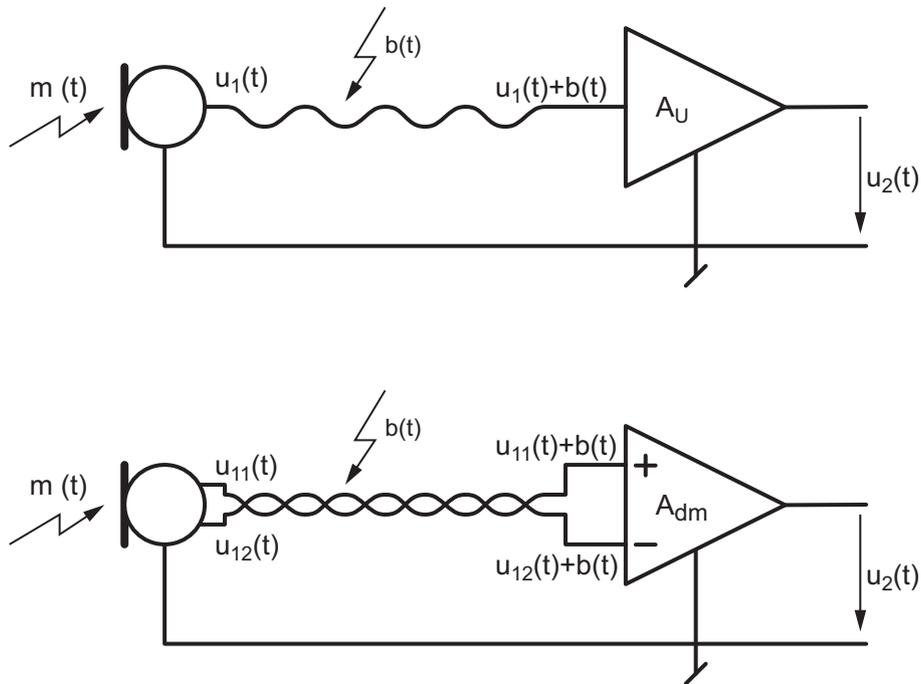


FIG. 1.4: Amplificateurs unipolaire et différentiel

Par contre, en utilisant un microphone (dont seul le boîtier est mis à la masse), un câble bifilaire torsadé (pour diminuer le captage du bruit) et un amplificateur différentiel, le bruit sera complètement éliminé si l'amplificateur est parfait.

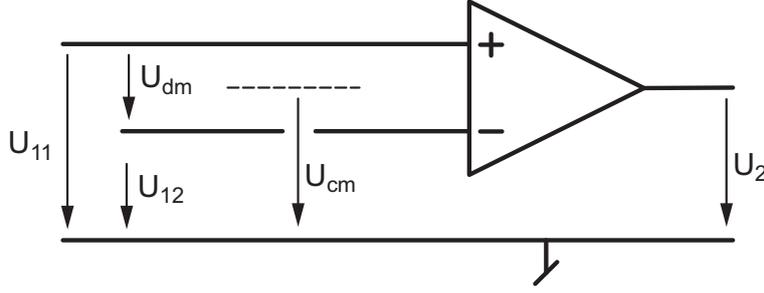


FIG. 1.5: Définition des modes différentiel et commun

En effet, comme dans ce cas c'est la différence de tension entre les deux entrées qui est amplifiée, on a

$$u_2(t) = A_{dm} (U_+ - U_-) \quad (1.26)$$

$$u_2(t) = A_{dm} ((u_{11}(t) + b(t)) - (u_{12}(t) + b(t))) = A_{dm} (u_{11}(t) - u_{12}(t)) \quad (1.27)$$

On voit ainsi que l'effet du bruit électromagnétique a complètement disparu et que seul le message contenu dans la différence de tension est amplifié.

Un amplificateur différentiel réel qui n'amplifie pas *exactement* de la même manière les deux tensions d'entrées peut être décrit par

$$U_2 = A_{u1} U_{11} + A_{u2} U_{12} \quad (1.28)$$

D'un point de vue pratique, il est plus intéressant de considérer la différence des deux tensions d'entrée (tension différentielle) qui contient le message

$$U_{dm} = U_{11} - U_{12} \quad (1.29)$$

et la tension commune aux deux entrées qui représente le bruit

$$U_{cm} = \frac{U_{11} + U_{12}}{2} \quad (1.30)$$

Ce changement de variables permet de décrire les tensions d'entrée "physiques" à l'aide des tensions descriptives que sont  $U_{dm}$  et  $U_{cm}$  :

$$U_{11} = U_{cm} + \frac{U_{dm}}{2}, \quad U_{12} = U_{cm} - \frac{U_{dm}}{2}$$

La tension de sortie s'écrit alors

$$\begin{aligned} U_2 &= A_{u1} U_{11} + A_{u2} U_{12} \\ U_2 &= A_{u1} \left( U_{cm} + \frac{U_{dm}}{2} \right) + A_{u2} \left( U_{cm} - \frac{U_{dm}}{2} \right) \\ U_2 &= U_{dm} \frac{(A_{u1} - A_{u2})}{2} + U_{cm} (A_{u1} + A_{u2}) \end{aligned}$$

Ce qui revient à dire que les tensions différentielle et commune ne sont pas amplifiées de la même manière. La tension de sortie peut alors être décrite à l'aide des gains différentiel  $A_{dm}$  et commun  $A_{cm}$

$$U_2 = A_{dm} U_{dm} + A_{cm} U_{cm} \quad (1.31)$$

où

$$A_{dm} = \frac{(A_{U1} - A_{U2})}{2}, \quad A_{cm} = A_{U1} + A_{U2} \quad (1.32)$$

Dans le cas idéal, on a  $A_{U2} = -A_{U1}$ , ce qui donne

$$A_{dm} = \frac{(A_{U1} - A_{U2})}{2} = |A_{U1}|, \quad A_{cm} = 0 \quad (1.33)$$

et permet ainsi d'amplifier le message tout en éliminant complètement le bruit.

La capacité d'un amplificateur réel à amplifier la tension différentielle et d'atténuer la tension commune se mesure à l'aide du Taux de Réjection du Mode Commun (TRMC) défini comme suit

$$TRMC = \rho \equiv \left| \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right| \quad (1.34)$$

Celui-ci est souvent donné en décibels.

**Exemple** Afin de rendre les choses plus concrètes, considérons un amplificateur différentiel à transconductance (figure 1.6) dont les paramètres sont

$$R_{in} = 1 \text{ M}\Omega, \quad R_{out} = 10 \text{ k}\Omega$$

$$g_{m1} = 10 \left[ \frac{\text{mA}}{\text{V}} \right], \quad g_{m2} = 10.01 \left[ \frac{\text{mA}}{\text{V}} \right]$$

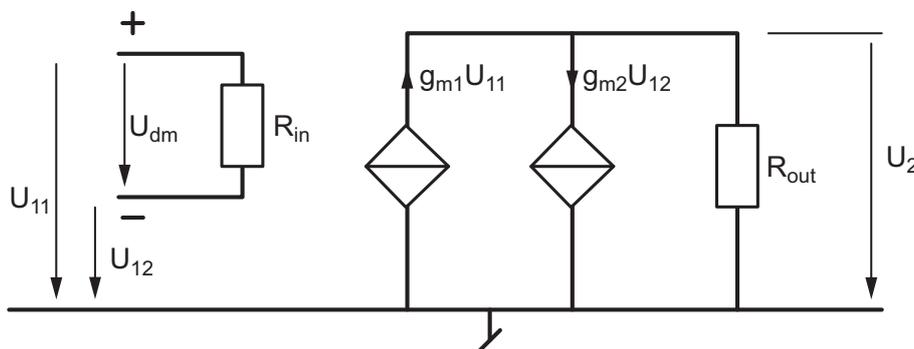


FIG. 1.6: Modèle d'un amplificateur différentiel à transconductance

Les gains en tension valent alors

$$A_{U1} = g_{m1} R_{out} = 100 \left[ \frac{\text{V}}{\text{V}} \right], \quad A_{U2} = -g_{m2} R_{out} = -100.1 \left[ \frac{\text{V}}{\text{V}} \right]$$

$$A_{dm} = \frac{(A_{U1} - A_{U2})}{2} = 100.05 \left[ \frac{\text{V}}{\text{V}} \right], \quad A_{cm} = A_{U1} + A_{U2} = -0.1 \left[ \frac{\text{V}}{\text{V}} \right]$$

Ce qui donne un TRMC valant

$$\rho \equiv \left| \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right| \simeq \left| \frac{100}{-0.1} \right| = 1000 = 60 \text{ dB}$$

Si l'on considère les tensions d'entrée suivantes

$$U_{11} = 4.6 \text{ V}, \quad U_{12} = 4.5 \text{ V}$$

on a

$$U_{dm} = +0.1 \text{ V}, \quad U_{cm} = 4.55 \text{ V}$$

La tension de sortie vaudra donc

$$\begin{aligned} U_2 &= A_{dm} U_{dm} + A_{cm} U_{cm} \\ &= 100.5 \cdot 0.1 + (-0.1) \cdot 4.55 \\ &= 10.05 \text{ V}|_{dm} - 0.455 \text{ V}|_{cm} \simeq 9.60 \text{ V} \end{aligned}$$

alors que théoriquement elle devrait valoir exactement 10 volts.

On voit ainsi que, malgré un TRMC de 60 dB, la tension de sortie est entachée d'une erreur de plus de 4% à cause du mode commun élevé (4.55 V) par rapport au mode différentiel (0.1 V).

## 1.5 Modélisation des quadripôles linéaires

### 1.5.1 Généralités

Un quadripôle, comme son nom l'indique, est un circuit possédant deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie ; ce qui conduit à quatre le nombre de grandeurs d'entrée  $U_1, I_1$  et de sortie  $U_2, I_2$  que l'on doit considérer (figure 1.7). Le but de la représentation des quadripôles est de décrire deux d'entre elles alors que les deux autres sont connues. On peut ainsi obtenir six représentations différentes d'un seul et même quadripôle. Parmi celles-ci, quatre sont intéressantes d'un point de vue pratique.

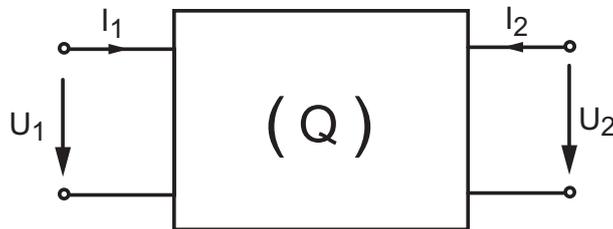


FIG. 1.7: Schéma général d'un quadripôle

Comme ces quadripôles sont admis linéaires, on a, pour chaque représentation, un ensemble de deux équations à deux inconnues que l'on représente sous forme matricielle :

1. la représentation "impédance" où l'on décrit les tensions par rapport aux courants

$$\begin{aligned} U_1 &= z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ U_2 &= z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

2. la représentation "admittance" où l'on décrit les courants par rapport aux tensions

$$\begin{aligned} I_1 &= y_{11}U_1 + y_{12}U_2 \\ I_2 &= y_{21}U_1 + y_{22}U_2 \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \quad (1.36)$$

3. la représentation "hybride" où l'on décrit la tension d'entrée et le courant de sortie par rapport au courant d'entrée et à la tension de sortie

$$\begin{aligned} U_1 &= h_{11}I_1 + h_{12}U_2 \\ I_2 &= h_{21}I_1 + h_{22}U_2 \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} U_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \quad (1.37)$$

4. la représentation “transmission” où l’on décrit la tension et le courant d’entrée par rapport à ceux de sortie ; on notera que, dans ce cas et pour des raisons pratiques, on choisit de considérer le courant  $I_2$  sortant du quadripôle

$$\begin{aligned} U_1 &= AU_2 + B(-I_2) \\ I_1 &= CU_2 + D(-I_2) \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{pmatrix} \quad (1.38)$$

À chacune de ces représentations est associé un circuit type que l’on présente ci-dessous.

### 1.5.2 Paramètres impédances et admittances

La figure 1.8 présente les circuits en T (étoile) et en  $\Pi$  (triangle). On peut calculer les matrices correspondant à chacun de ces deux quadripôles à partir des équations du circuit ou de la définition des paramètres.

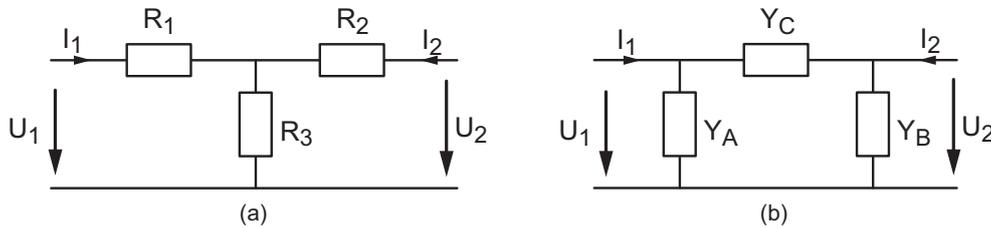


FIG. 1.8: Circuits en T et en  $\Pi$

Pour le circuit en T, considérons ses équations

$$\begin{aligned} U_1 &= R_1 I_1 + R_3 (I_1 + I_2) = (R_1 + R_3) I_1 + R_3 I_2 \\ U_2 &= R_2 I_2 + R_3 (I_1 + I_2) = R_3 I_1 + (R_2 + R_3) I_2 \end{aligned}$$

et comparons-les avec les équations de la description en  $z$

$$\begin{aligned} U_1 &= z_{11} I_1 + z_{12} I_2 \\ U_2 &= z_{21} I_1 + z_{22} I_2 \end{aligned}$$

On voit immédiatement que la matrice  $(z_{ij})$  d’un circuit en T s’écrit

$$(z_{ij}) = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{pmatrix} \quad (1.39)$$

On peut également partir de la définition des paramètres pour obtenir la description d’un circuit. Dans le cas du circuit en  $\Pi$ , les équations de la description en  $y$  valent

$$\begin{aligned} I_1 &= y_{11} U_1 + y_{12} U_2 \\ I_2 &= y_{21} U_1 + y_{22} U_2 \end{aligned}$$

En appliquant les définitions des paramètres  $y_{ij}$  au circuit en  $\Pi$ , on obtient directement

$$\begin{aligned} y_{11} &\equiv \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{U_2=0} = Y_A + Y_C, & y_{12} &\equiv \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{U_1=0} = -Y_C \\ y_{21} &\equiv \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{U_2=0} = -Y_C, & y_{22} &\equiv \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{U_1=0} = Y_B + Y_C \end{aligned}$$

Ce qui donne la matrice

$$(y_{ij}) = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_A + Y_C & -Y_C \\ -Y_C & Y_B + Y_C \end{pmatrix} \quad (1.40)$$

**Relation entre  $z_{ij}$  et  $y_{ij}$**  Comme de manière générale, on a

$$(U_{1,2}) = (z_{ij})(I_{1,2}) \quad \text{et} \quad (I_{1,2}) = (y_{ij})(U_{1,2})$$

on en déduit que les matrices  $(z_{ij})$  et  $(y_{ij})$  sont reliées entre elles par l'équation

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = (z_{ij}) \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = (z_{ij}) \left( (y_{ij}) \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \right) = ((z_{ij})(y_{ij})) \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \quad (1.41)$$

Ce qui impose le fait que

$$(z_{ij})(y_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

On voit ainsi que les représentations  $(z_{ij})$  et  $(y_{ij})$  sont simplement l'inverse l'une de l'autre

$$(y_{ij})^{-1} = (z_{ij}) \quad (1.42)$$

**Exemple** L'application de ces deux représentations permet la transformation étoile-triangle ou son inverse. En effet, sachant que l'inverse d'une matrice 2x2, vaut

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \quad (1.43)$$

on obtient, par exemple, la transformation du circuit triangle en un circuit étoile :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} Y_A + Y_C & -Y_C \\ -Y_C & Y_B + Y_C \end{pmatrix}^{-1} &= \frac{1}{(Y_A + Y_C)(Y_B + Y_C) - Y_C Y_C} \begin{pmatrix} Y_B + Y_C & +Y_C \\ +Y_C & Y_A + Y_C \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{Y_A Y_B + Y_A Y_C + Y_B Y_C} \begin{pmatrix} Y_B + Y_C & +Y_C \\ +Y_C & Y_A + Y_C \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

On en déduit alors que le circuit étoile équivalent au circuit triangle doit être réalisé avec les résistances suivantes

$$\begin{aligned} R_3 &= \frac{Y_C}{Y_A Y_B + Y_A Y_C + Y_B Y_C} \\ R_1 &= \frac{Y_B}{Y_A Y_B + Y_A Y_C + Y_B Y_C} \\ R_2 &= \frac{Y_A}{Y_A Y_B + Y_A Y_C + Y_B Y_C} \end{aligned}$$

### 1.5.3 Paramètres hybrides

Le premier schéma de la figure 1.9 présente le circuit correspondant au quadripôle à paramètres hybrides tels que

$$\begin{aligned} U_1 &= h_{11}I_1 + h_{12}U_2 \\ I_2 &= h_{21}I_1 + h_{22}U_2 \end{aligned} \quad (1.44)$$

avec

$$-h_{11} \equiv \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{U_2=0} \equiv h_{ie} = \text{impédance d'entrée du quadripôle à sortie court-circuitée}$$

- $h_{12} \equiv \frac{U_1}{U_2} \Big|_{I_1=0} \equiv h_{re} = \text{gain inverse en tension à entrée ouverte}$
- $h_{21} \equiv \frac{I_2}{I_1} \Big|_{U_2=0} \equiv h_{fe} = \text{gain direct en courant à sortie court-circuitée}$
- $h_{22} \equiv \frac{I_2}{U_2} \Big|_{I_1=0} \equiv h_{oe} = \text{admittance de sortie à entrée ouverte}$

On notera que dans cette énumération, on a utilisé les nomenclatures européenne (indices numériques) et anglo-saxonne (indices alphabétiques).

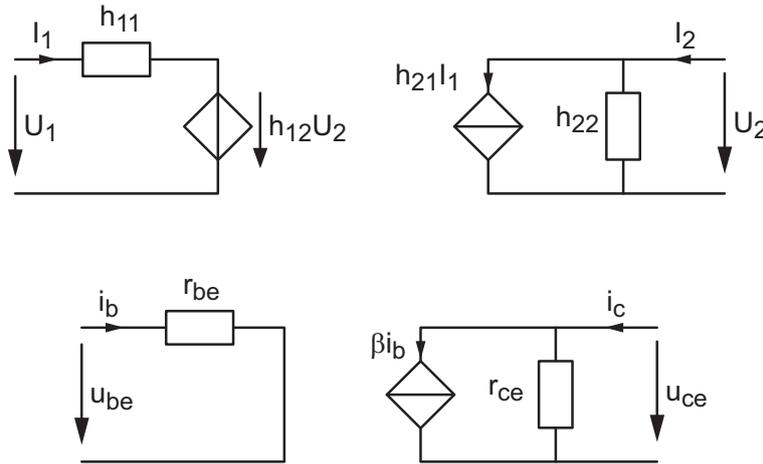


FIG. 1.9: Quadripôle à paramètres hybrides et modèle linéaire du transistor

La comparaison entre les deux circuits de la figure 1.9 montre que les paramètres hybrides correspondent au modèle linéaire des transistors (voir le chapitre y relatif) où

- $h_{ie} = r_{be} = \text{résistance base-émetteur du transistor}$
- $h_{re} \simeq 0 = \text{gain inverse en tension du transistor}$
- $h_{fe} = \beta = \text{gain en courant du transistor}$
- $h_{oe} = g_{ce} = 1/r_{ce} = \text{admittance collecteur-émetteur du transistor}$

#### 1.5.4 Paramètres de transmission

Considérant la mise en cascade de plusieurs quadripôles (figure 1.10), on voit que la tension et le courant de sortie de l'un sont la tension et le courant d'entrée du suivant. On a donc de manière générale

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = (T_1) \begin{pmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{pmatrix} = (T_1)(T_2) \begin{pmatrix} U_3 \\ -I_3 \end{pmatrix} = (T_1)(T_2)(T_3) \begin{pmatrix} U_4 \\ -I_4 \end{pmatrix} = \dots \quad (1.45)$$

En définissant la matrice de transmission de manière à ce que le vecteur d'entrée soit décrit par le vecteur de sortie

$$\begin{aligned} U_1 &= AU_2 + B(-I_2) \\ I_1 &= CU_2 + D(-I_2) \end{aligned} \quad (1.46)$$

on obtient la matrice de transmission d'un quadripôle

$$(T) = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (1.47)$$

L'intérêt des paramètres de transmission réside dans le fait que la mise en cascade de quadripôles se calcule aisément et que le terme  $A$  d'une matrice de transmission est l'inverse

de la fonction de transfert liant l'entrée à la sortie du quadripôle. En effet, étant donné la définition du quadripôle (équation 1.46), on voit que l'on a de manière générale

$$A \equiv \frac{U_1}{U_2} \Big|_{I_2=0} = \frac{U_{in}}{U_{out}} \Big|_{I_{out}=0} \equiv \frac{1}{H(j\omega)} \quad (1.48)$$

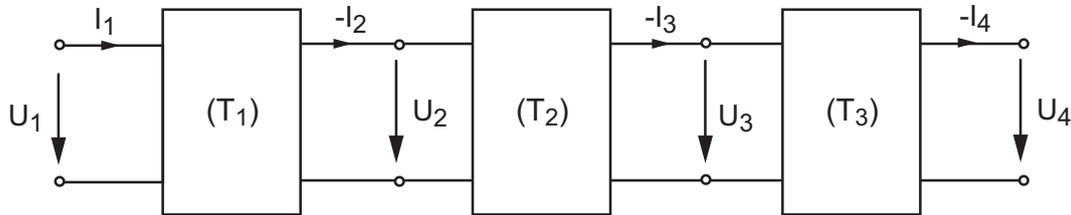


FIG. 1.10: Mise en cascade de quadripôles

Considérant que le circuit en  $\frac{1}{2}T$  de la figure 1.11 est un circuit générique pour la mise en cascade, on montre qu'il est représenté par la matrice

$$(T) = \begin{pmatrix} 1 + ZY & Z \\ Y & 1 \end{pmatrix} \quad (1.49)$$

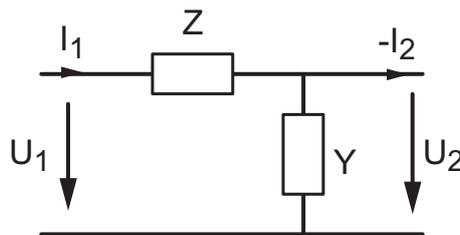


FIG. 1.11: Circuit générique pour la mise en cascade de quadripôles

**Exemple** On souhaite calculer la réponse fréquentielle correspondant à la mise en cascade de deux circuits RC (figure 1.12). Il est *important de noter* que dans ce cas on ne peut pas calculer la réponse fréquentielle de l'ensemble en effectuant simplement le produit des deux fonctions de transfert car le courant de sortie du premier circuit  $I_2$  n'est pas nul ; on doit donc utiliser le produit des matrices de transmission pour obtenir la fonction de transfert globale du circuit.

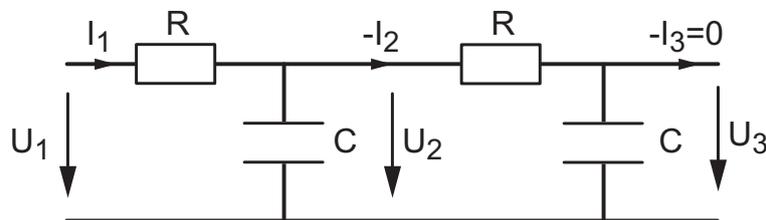


FIG. 1.12: Filtre passe-bas d'ordre 2

Considérant que la cellule RC est caractérisée par  $Z = R$  et  $Y = j\omega C$ , on voit que la matrice correspondante vaut

$$\begin{pmatrix} 1 + ZY & Z \\ Y & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + j\omega RC & R \\ j\omega C & 1 \end{pmatrix} \quad (1.50)$$

## 1.6 Réponses indicielles et fréquentielles des circuits d'ordre 1

La matrice globale vaut donc

$$(T) = (T_1)(T_2) = \begin{pmatrix} 1 + j\omega RC & R \\ j\omega C & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + j\omega RC & R \\ j\omega C & 1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} A & B \\ C' & D \end{pmatrix}$$

avec

$$\begin{aligned} A &= (1 + j\omega RC)^2 + j\omega RC = 1 + 3j\omega RC + (j\omega RC)^2 \\ B &= (1 + j\omega RC)R + R \\ C' &= j\omega C(1 + j\omega RC) + j\omega C \\ D &= j\omega CR + 1 \end{aligned}$$

On en déduit donc que la réponse fréquentielle d'un filtre passe-bas d'ordre 2 réalisé par la mise en cascade de deux cellules RC vaut

$$H(j\omega) \equiv \frac{1}{A} = \frac{1}{1 + 3j\omega RC + (j\omega RC)^2} \quad (1.51)$$

En comparant le dénominateur de  $H(j\omega)$  avec sa forme canonique

$$D(j\omega) = 1 + \frac{1}{Q_0} \frac{j\omega}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2 \quad (1.52)$$

on voit que ce filtre est caractérisé par sa pulsation caractéristique et son facteur de qualité qui valent respectivement

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}, \quad Q_0 = \frac{1}{3}$$

## 1.6 Réponses indicielles et fréquentielles des circuits d'ordre 1

L'analyse fréquentielle et temporelle des circuits linéaires d'ordre 1 ayant été traitée dans le cours de Théorie des circuits linéaires, on se contente ici d'en rappeler l'essentiel.

### 1.6.1 Réponses indicielles

Les réponses indicielles (consécutives à l'application d'un saut de tension) des systèmes d'ordre 1 sont entièrement déterminées par le temps caractéristique  $\tau$  et les valeurs initiale et finale, respectivement,  $u_0 \equiv u(t \rightarrow 0_+)$  et  $u_\infty \equiv u(t \rightarrow \infty)$ . On obtient alors

$$u(t) = u_0 + (u_\infty - u_0) \left(1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)\right) \quad \Leftrightarrow \quad t = \tau \ln\left(\frac{u_\infty - u_0}{u_\infty - u(t)}\right) \quad (1.53)$$

Ainsi, pour tracer une réponse indiciale, il suffit de connaître les valeurs initiale et finale ainsi que le temps caractéristique (voir figure 1.13).

### 1.6.2 Réponses fréquentielles

Dans un diagramme de Bode, la connaissance des deux valeurs asymptotiques suffit pour esquisser l'allure des réponses fréquentielles des systèmes d'ordre 1 (voir figure 1.13) car le diagramme est entièrement déterminé par

$$H_{dB}(0), \quad H_{dB}(\infty), \quad \text{pentes : } 0 \quad \text{ou } \pm 20 \text{ [dB/déc]} \quad (1.54)$$

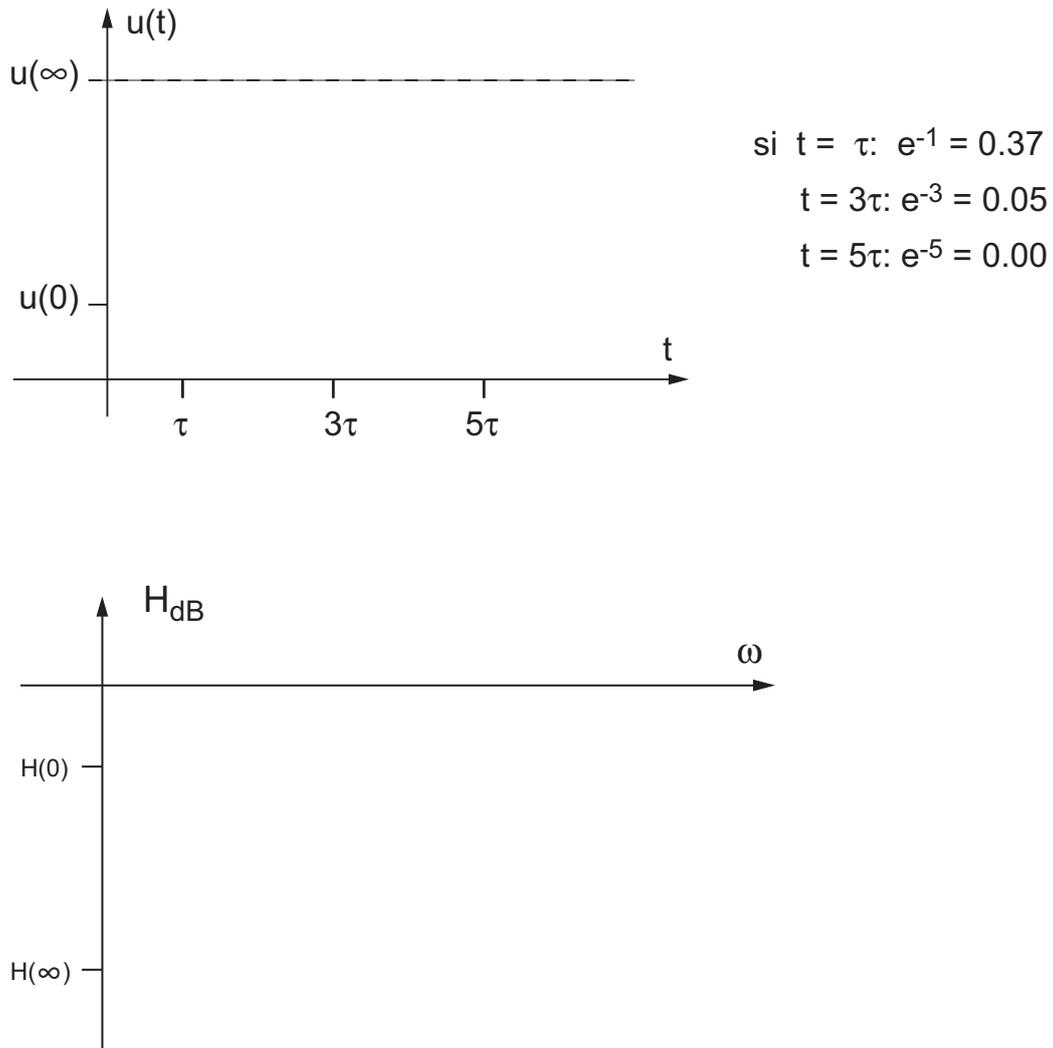
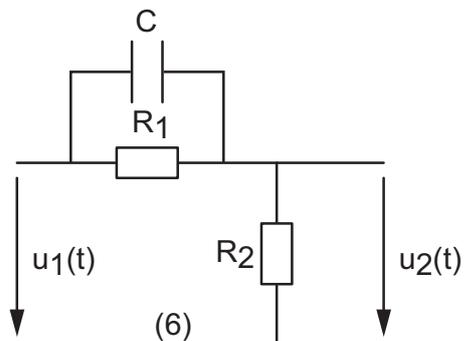
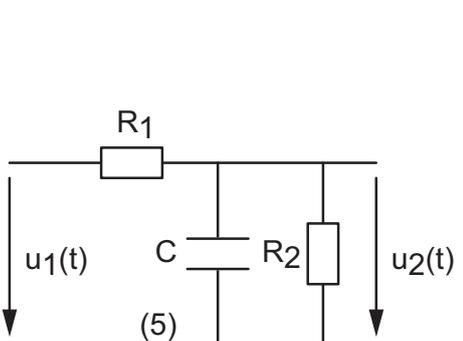
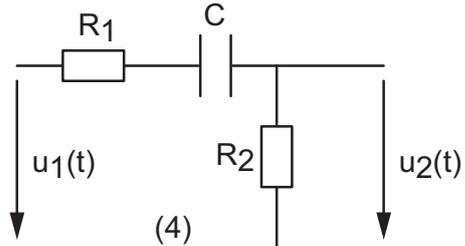
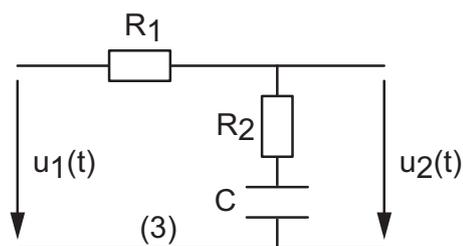
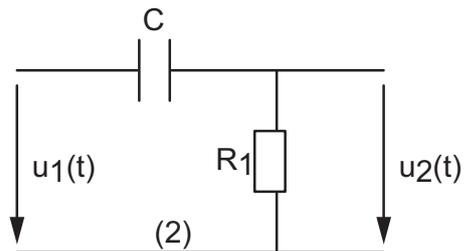
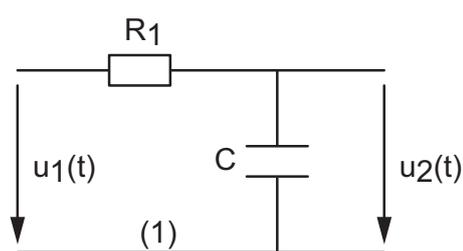


FIG. 1.13: Réponses indicielle et fréquentielle d'un circuit d'ordre 1

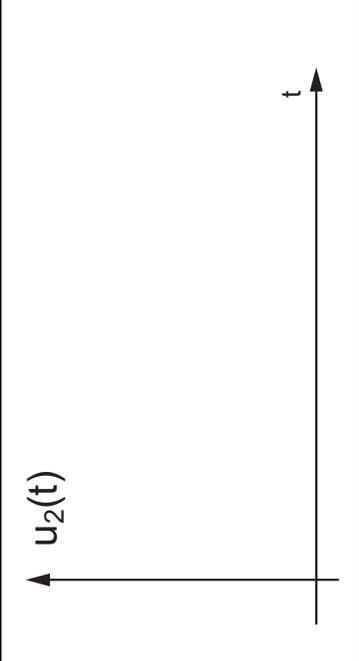
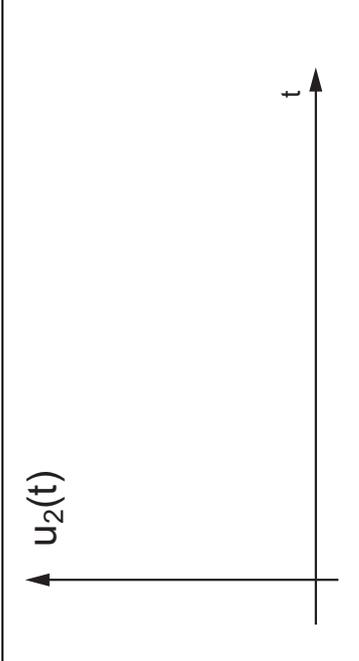
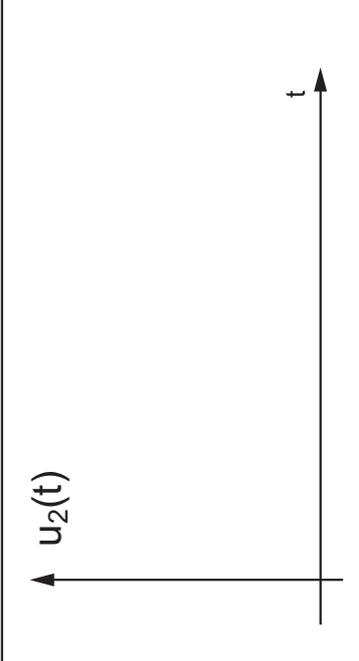
## 1.7 Analyse de quelques circuits

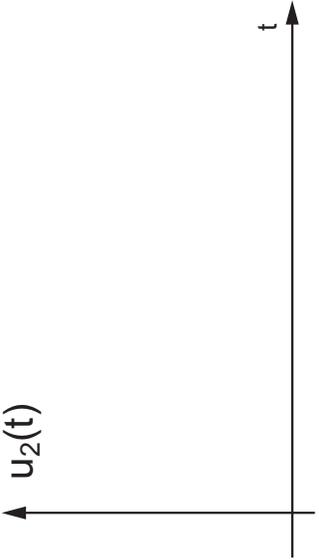
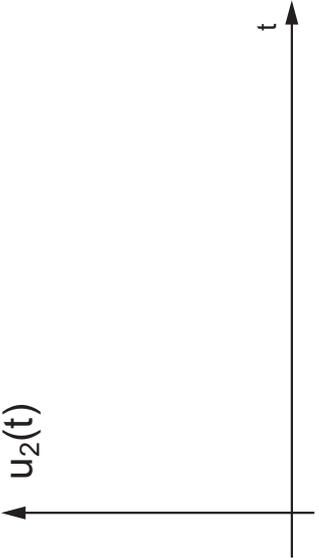
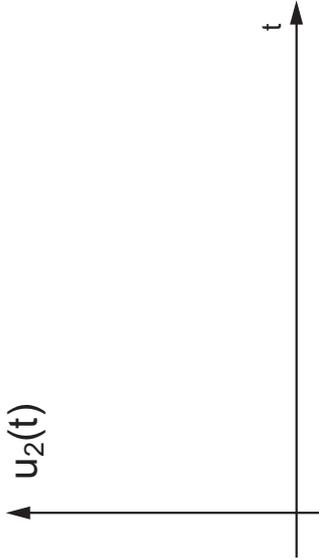
Comme on va le voir dans les exemples ci-après, l'évaluation du comportement asymptotique des circuits linéaires est très simple dès l'instant où on sait que les capacités et inductances peuvent être remplacées par des circuits ouverts ou fermés selon la valeur asymptotique recherchée.

temps	circuits		fréquence
			$U(j\omega)$
$t \rightarrow 0_+$			$\omega \rightarrow \infty$
$t \rightarrow \infty$			$\omega \rightarrow 0$

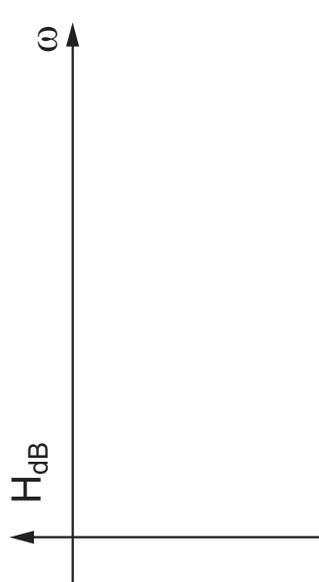
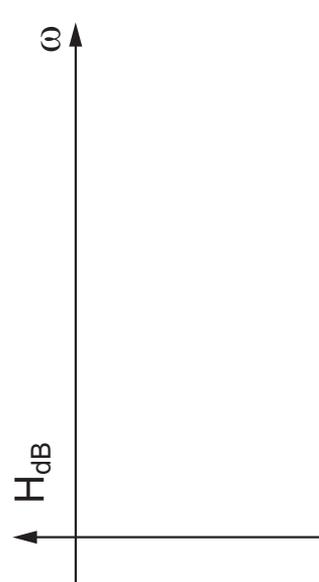
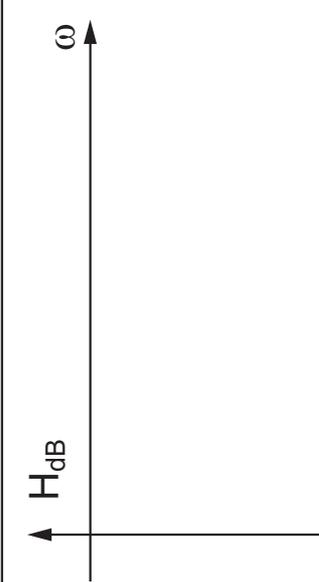


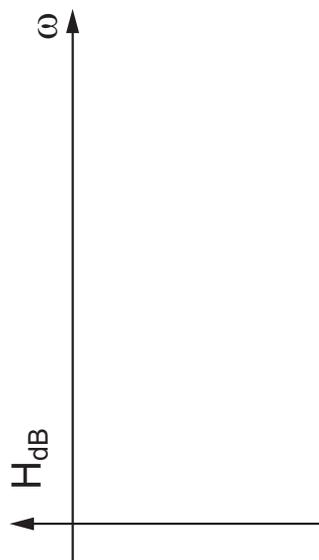
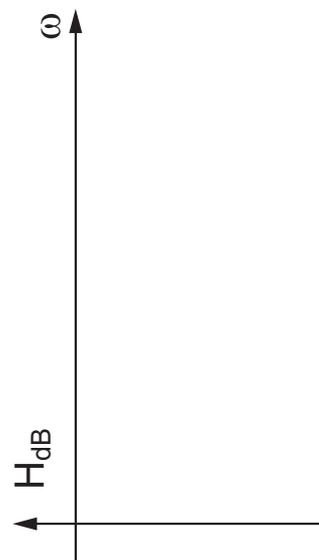
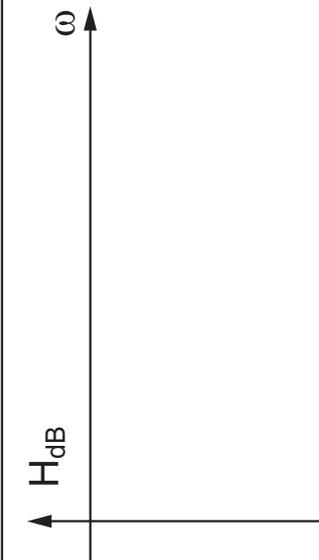
1.7.1 Réponses indicelles

			
$\tau$			
$u_2(\infty)$			
$u_2(0+)$			
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>

	$u_2(t)$	$\tau$	$u_2(\infty)$	$u_2(0+)$	
					4
					5
					6

1.7.2 Réponses fréquentielles

			
$H(j\omega)$			
$H(\infty)$			
$H(0)$			
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>

			
$H(j\omega)$			
$H(\infty)$			
$H(0)$			
	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>

## 1.8 Exercices

**CL 1 :** On considère les trois générateurs de tension du premier circuit de la figure 1.14 caractérisés par

$$\begin{aligned} U_1 &= +12 \text{ V}, & R_1 &= 1 \text{ k}\Omega \\ U_2 &= +6 \text{ V}, & R_2 &= 2 \text{ k}\Omega \\ U_3 &= -6 \text{ V}, & R_3 &= 3 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Calculez la tension  $U_{co}$  et le courant  $I_{cc}$  mesurés entre  $A$  et  $B$ . Quels sont les générateurs équivalents de Thévenin et Norton? On branche entre  $A$  et  $B$  une résistance de charge  $R_L = 4 \text{ k}\Omega$ ; calculez la puissance qu'elle dissipe. Si on souhaitait obtenir le maximum de puissance sur la charge, quelle valeur donneriez-vous à  $R_L$ ?

**Rép :**  $U_{thv} = 7.09 \text{ V}$ ,  $I_{nrt} = 13 \text{ mA}$ ,  $R_{thv} = R_{nrt} = 0.545 \text{ k}\Omega$ ,  $P_L = 9.73 \text{ mW}$

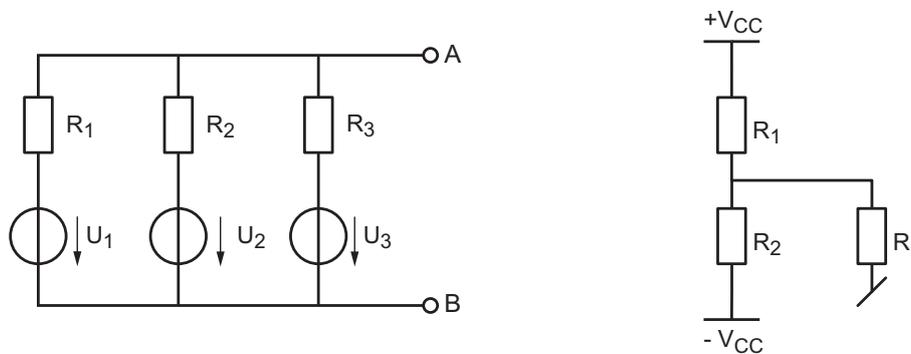


FIG. 1.14: Exercices CL 1 et CL 2

**CL 2 :** Considérant le deuxième circuit de la figure 1.14, calculez la tension sur la charge sachant que l'on a

$$V_{CC} = 15 \text{ V}, \quad R_1 = 10 \text{ k}\Omega, \quad R_2 = 20 \text{ k}\Omega, \quad R_L = 10 \text{ k}\Omega$$

**Rép :**  $U_L = +3 \text{ V}$

**CL 3 :** La tension de sortie d'un générateur baisse de 20% lorsqu'on le charge avec une résistance de  $1 \text{ k}\Omega$ . Quelle est sa résistance interne?

**Rép :**  $R_g = 250 \Omega$

**CL 4 :** Montrez que la puissance  $P_L$  fournie à une charge  $R_L$  par un générateur  $\{U_g; R_g\}$  vaut

$$P_L = (U_g)^2 \frac{R_L}{(R_g + R_L)^2}$$

et qu'elle est maximum lorsque  $R_L = R_g$ .

**Amp 1 :** Un amplificateur à très haute impédance d'entrée branché sur une source AC fournit en sortie une tension sinusoïdale d'amplitude 6 V à une charge  $R_L = 1 \text{ k}\Omega$ . Sachant que l'amplificateur est alimenté par  $V_{CC} = +15 \text{ V}$  et qu'il consomme un courant de 8 mA, calculez la puissance dissipée par l'amplificateur ainsi que son rendement.

*Remarque :* Le problème est facile à résoudre si vous commencez par dessiner les flux des puissances reçues et fournies par l'amplificateur.

**Rép :**  $P_{diss} = 102 \text{ mW}$ ,  $\eta = 0.15$

**Amp 2 :** Un capteur modélisé par  $U_g = 1 \text{ mV}_{eff}$ ,  $R_g = 1 \text{ M}\Omega$  est relié à un amplificateur dont les paramètres sont

$$R_{in} = 2 \text{ M}\Omega, \quad A_{uo} = 10^3 \text{ V/V}, \quad R_{out} = 2 \Omega$$

Sachant que la résistance de charge vaut  $R_L = 10 \Omega$ , calculez les tensions et courants d'entrée et de sortie ainsi que les gains en tension, en courant et en puissance. Exprimez ces valeurs en dB.

**Rép :**  $A_{u,dB} = 58.4 \text{ dB}$ ,  $A_{i,dB} = 164.4 \text{ dB}$ ,  $A_{p,dB} = 111.4 \text{ dB}$

**Amp 3 :** Une source de courant de  $1 \mu\text{A}$  et de résistance interne de  $100 \text{ k}\Omega$  est suivie d'un amplificateur dont la résistance d'entrée vaut  $R_{in} = 10 \text{ k}\Omega$ . Cet amplificateur fournit alors une tension à vide de 10 V et un courant de court-circuit de 10 mA. Sachant que  $R_L = 4 \text{ k}\Omega$ , calculez les gains  $A_u$ ,  $A_i$  et  $A_p$ .

**Rép. :**  $A_u = 880$ ,  $A_i = 2200$ ,  $A_p = 1.94 \cdot 10^6$

**Amp 4 :** Un amplificateur à transconductance caractérisé par

$$R_{in} = 2 \text{ k}\Omega, \quad G_{mo} = 20 \text{ mA/V}, \quad R_{out} = 1 \text{ k}\Omega$$

est relié à une source de tension  $U_g = 20 \text{ mV}$ ,  $R_g = 500 \Omega$ .

Sachant que la résistance de charge vaut  $R_L = 5 \text{ k}\Omega$ , calculez les gains en tension, en courant et en puissance. Admettant que l'on puisse varier la valeur de la charge, pour quelle valeur de celle-ci aurez-vous le maximum de puissance en sortie? Que vaudront alors les gains en tension, en courant et en puissance?

**Rép :**  $A_u = 16.67$ ,  $A_i = 6.67$ ,  $A_p = 111.1$ ,  $A_u = 10$ ,  $A_i = 20$ ,  $A_p = 200$

**Amp 5 :** Considérant les amplificateurs de tension et à transconductance, dessinez leur schéma et donnez les équivalences paramétriques.

**Amp 6 :** On considère deux amplificateurs mis en cascade et caractérisés par

$$A_1 : \quad R_{in} = 1 \text{ M}\Omega, \quad A_{uo} = 20 \text{ V/V}, \quad R_{out} = 500 \Omega$$

$$A_2 : \quad R_{in} = 1.5 \text{ k}\Omega, \quad G_{mo} = 0.02 \text{ A/V}, \quad R_{out} = 100 \Omega$$

Les valeurs de  $A_{uo}$  et  $G_{mo}$  vous paraissent-elles raisonnables? Calculez les gains en tension et en courant  $A_u$ ,  $A_i$  lorsque  $R_L = 100 \Omega$ . Comment expliquez-vous un tel gain en courant?

**Rép :**  $A_u = 15 \text{ [V/V]}$ ,  $A_i = 150'000 \text{ [A/A]}$

## 1 Circuits linéaires et amplificateurs

**Amp 7 :** Reprenant les amplificateurs de l'exercice précédent, quel est l'amplificateur de tension équivalent à la mise en cascade de  $A_1$  et  $A_2$ ? Idem pour la mise en cascade de  $A_2$  et  $A_1$ ? Laquelle des deux situations vous paraît-elle préférable lorsque  $R_g = 1\text{ k}\Omega$  et  $R_L = 100\text{ }\Omega$ ?

**Rép :** 1)  $R_{in} = 1\text{ M}\Omega$ ,  $A_{uo} = 15\text{ [V/V]}$ ,  $R_{out} = 100\text{ }\Omega$   
2)  $R_{in} = 1.5\text{ k}\Omega$ ,  $A_{uo} = 20\text{ [V/V]}$ ,  $R_{out} = 500\text{ }\Omega$

**Amp 8 :** Deux amplificateurs caractérisés par

$$A_1 : \quad R_{in} = 1\text{ k}\Omega, \quad R_{out} = 50\text{ }\Omega \quad A_{uo} = 3\text{ [V/V]}$$
$$A_2 : \quad R_{in} = 10\text{ k}\Omega, \quad R_{out} = 2\text{ k}\Omega \quad A_{uo} = 10\text{ [V/V]}$$

sont utilisés pour amplifier le signal fourni par un générateur  $\{U_g = 10\text{ mV}, R_g = 2\text{ k}\Omega\}$  avant de l'appliquer à une charge  $R_L = 100\text{ }\Omega$ .

1. Dans quel ordre placez-vous les amplificateurs pour obtenir le maximum de tension en sortie?
2. Dessinez le schéma de l'ensemble "source-amplificateurs-charge".
3. Calculez les gains  $A_{uo}$ ,  $A_{io}$  de l'amplificateur équivalent.
4. Calculez la tension de sortie et le gain en puissance.

**Rép. :**  $U_L = 55.5\text{ mV}$ ,  $A_P = 4444\text{ [W/W]}$

**Amp 9 :** Considérant l'amplificateur différentiel de la figure 1.15 caractérisé par

$$R_{in} = 10\text{ k}\Omega \quad A_{uo1} = -A_{uo2} = +10\text{ [V/V]} \quad R_1 = 100\text{ }\Omega, \quad R_2 = 99\text{ }\Omega$$

avec  $U_{11} = 3.0\text{ V}$ ,  $U_{12} = 3.2\text{ V}$  :

1. Calculez littéralement la tension de sortie ; écrivez-la sous la forme

$$U_2 = A_{u1} U_{11} + A_{u2} U_{12}$$

Tirez-en les gains  $A_{u1}$  et  $A_{u2}$ . Que valent-ils ?

2. Calculez la tension et la résistance de sortie.
3. Que valent les tensions d'entrée en modes différentiel et commun ainsi que les gains en modes différentiel et commun ?
4. Calculez les tensions de sortie dues, respectivement, aux modes différentiel et commun. Quelle est l'erreur introduite par cet amplificateur imparfait ?
5. Que vaut le taux de réjection de l'amplificateur ?
6. Que faudrait-il faire pour que cet amplificateur différentiel soit parfait ?

**Amp 10 :** Dans l'exercice précédent, on a admis que les tensions d'entrée provenaient d'un capteur parfait sans résistance interne. En réalité, le capteur fournit les tensions à vide  $U_{g1} = 3.0\text{ V}$  et  $U_{g2} = 3.2\text{ V}$  au travers des résistances internes  $R_{g1} = 1\text{ k}\Omega$  et  $R_{g2} = 1.2\text{ k}\Omega$ .

1. Dessinez le circuit équivalent aux deux générateurs d'entrée chargés par l'amplificateur puis calculez les tensions d'entrée de l'amplificateur  $U_{11}$  et  $U_{12}$ .
2. Que valent les deux tensions de sortie  $U_{2,dm}$ ,  $U_{2,cm}$  ?
3. Concluez.

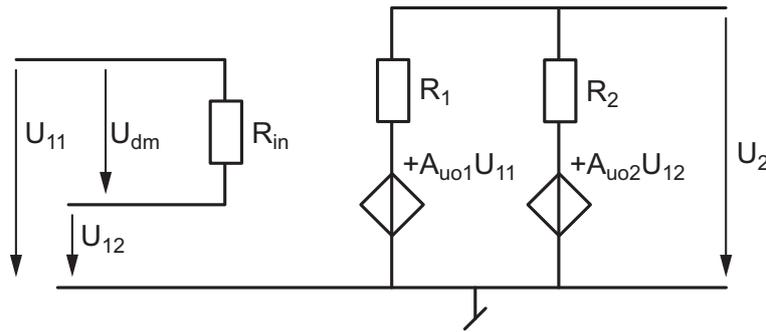


FIG. 1.15: Exercice Amp 9

**Amp 11 :** Pour les deux amplificateurs de la figure 1.16, calculez les résistances d'entrée et de sortie ainsi que le gain en tension définis par

$$R_{in} \equiv \frac{u_1}{i_1} \Big|_{i_2=0} \qquad R_{out} \equiv \frac{u_2}{i_2} \Big|_{u_1=0} \qquad A_{uo} \equiv \frac{u_2}{u_1} \Big|_{i_2=0}$$

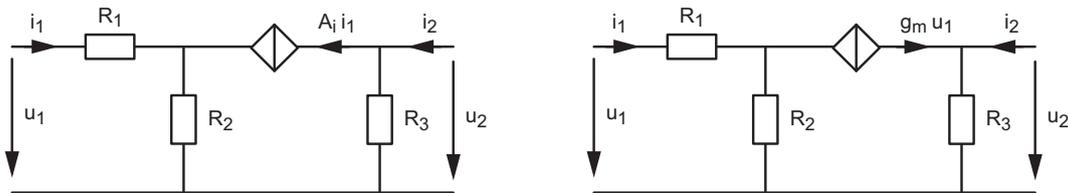


FIG. 1.16: Exercice Amp 11

**CP 1 :** Pour chacune des réponses fréquentielles ci-après, tracez avec soin les diagrammes de Bode d'amplitude et de phase.

$$\begin{aligned}
 H_1(j\omega) &= \frac{1}{1 + j\omega/10^3} & H_2(j\omega) &= \frac{j\omega/10^2}{1 + j\omega/10^3} \\
 H_3(j\omega) &= \frac{1 + j\omega/10^2}{1 + j\omega/10^3} & H_4(j\omega) &= \frac{1 + j\omega/10^3}{1 + j\omega/10^2} \\
 H_5(j\omega) &= \frac{1 + j\omega/10^2}{j\omega/10^2 (1 + j\omega/10^3)} & H_6(j\omega) &= 10 \frac{1 + j\omega/10^2}{j\omega/10^3 (1 + j\omega/10^3)}
 \end{aligned}$$

**CP 2 :** Considérant que l'on applique à l'instant  $t = 0$  un saut de tension d'amplitude 10 V à chacun des quatre circuits de la figure 1.17, on demande

1. Que valent  $u_2(t = 0_+)$  et  $u_2(t \rightarrow \infty)$  ?
2. Quelle est la constante de temps de chaque circuit ?
3. Esquissez avec soin chaque réponse indicielle sachant que les éléments  $R, C$  ont les valeurs suivantes  $C = 1\mu\text{F}$ ,  $R_1 = 1\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 2\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 3\text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = 4\text{ k}\Omega$ .

**Rép. :**

Circuits	1	2	3	4
$u_2(0_+)$ [V]	5.45	4.44	0	7.5
$u_2(\infty)$ [V]	0	5.71	5	0
$\tau$ [ms]	3.66	3.86	0.833	1.33

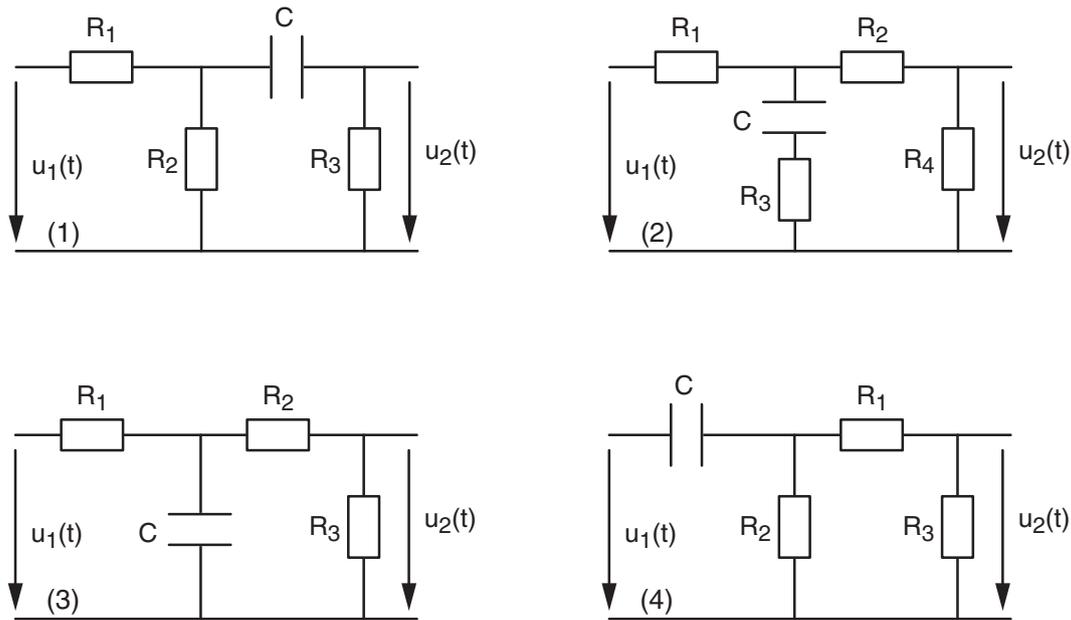


FIG. 1.17: Circuits d'ordre 1 : Ex. CP2, CP5 et Qp4

**CP 3 :** On applique un signal carré d'amplitude  $\pm 10V$  et de période  $T = 10\text{ ms}$  à un filtre d'ordre 1 caractérisé par  $R = 1\text{ k}\Omega$  et  $C = 1\text{ }\mu\text{F}$ . Esquissez avec soin sur un même diagramme les tensions  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  du filtre passe-bas RC. Faites de même pour un filtre passe-haut CR.

**CP 4 :** Répétez l'exercice précédent en considérant un signal carré de période  $T = 1\text{ ms}$ .

**CP 5 :** Considérant chacun des circuits de la figure 1.17 :

1. Que valent  $H(\omega = 0)$  et  $H(\omega \rightarrow \infty)$  si  $R_1 = R_2 = 10\text{ k}\Omega$  et  $R_3 = R_4 = 1\text{ k}\Omega$  ?
2. Sur la base de ces réponses, esquissez  $H_{dB}$ .
3. Quelle est la fonction remplie par chaque circuit ?
4. Admettant  $C = 100\text{ nF}$ , que vaut la pulsation caractéristique du dénominateur de la réponse fréquentielle ?

**CP 6 :** Une sonde de mesure (atténuation 1/10) associée à l'impédance d'entrée d'un oscilloscope constitue le circuit à la figure 1.18. On demande :

1. Que valent  $H(0)$  et  $H(\infty)$  ?
2. Calculez  $R_1$  pour que la réponse fréquentielle en continu vaille 1/10.
3. Calculez  $C_1$  pour que la réponse fréquentielle en THF vaille 1/10.
4. Calculez la fonction de transfert  $H(j\omega)$  de l'ensemble et écrivez-la sous forme canonique.
5. Que devient  $H(j\omega)$  si les conditions 2 et 3 sont remplies ? Analysez ce résultat.

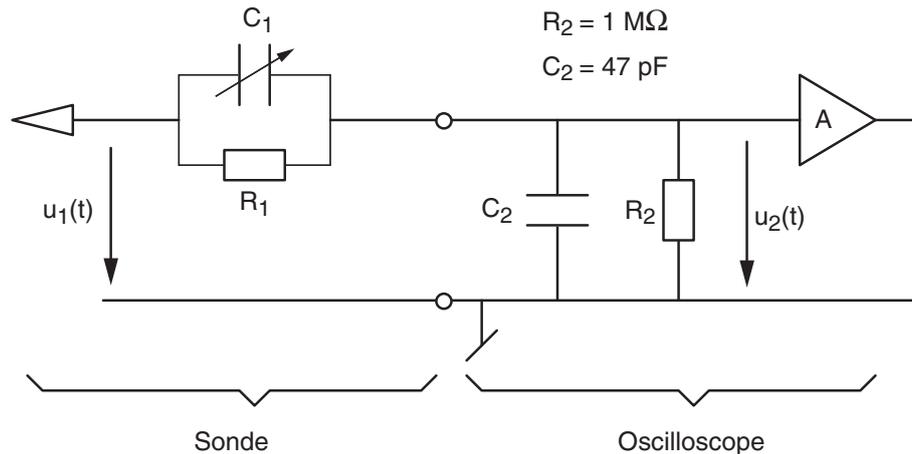


FIG. 1.18: Sonde d'oscilloscope : Ex. CP6

6. Esquissez le diagramme de Bode lorsque

$$i) C_1 = 25 \text{ pF}, \quad ii) C_1 = 100 \text{ pF}$$

Expliquez ce qui se passe dans chacune de ces deux situations.

7. Calculez l'impédance vue par le circuit mesuré lorsque la sonde est correctement réglée.
8. Dessinez le schéma équivalent de cette impédance ; quel est l'intérêt d'utiliser une sonde d'oscilloscope ?

**Qp 1 :** Calculez la matrice impédance du circuit (a) de la figure 1.19 sachant que  $R_n = n \text{ k}\Omega$ . Calculez sa matrice admittance et les valeurs des résistances  $R_{A,B,C}$  de sa transformation en un schéma triangle.

**Rép. :**  $R_A = \frac{11}{2} \text{ k}\Omega, \quad R_B = \frac{11}{1} \text{ k}\Omega, \quad R_C = \frac{11}{3} \text{ k}\Omega$

**Qp 2 :** Sachant que  $R_n = n \text{ k}\Omega$ , calculez la matrice de transmission du circuit (b) de la figure 1.19 et montrez que son gain vaut  $16/99$ .

**Qp 3 :** Dessinez le schéma de la mise en cascade d'un circuit  $R_1 C_1$  (passe-bas) et d'un circuit  $C_2 R_2$  (passe-haut) puis calculez les matrices de transmission. Calculez la fonction de transfert du circuit dans le cas particulier où  $R_1 = R_2 = R$  et  $C_1 = C_2 = C$ .

**Qp 4 :** Pour chacun des circuits de la figure 1.17, on demande :

1. Que valent  $H(0)$  et  $H(\infty)$  ?
2. A l'aide des matrices de transfert, calculez littéralement la réponse fréquentielle  $H(j\omega)$  et écrivez-la sous forme canonique.
3. Vérifiez que pour  $\omega = 0$  et  $\omega \rightarrow \infty$  vous retrouvez bien les valeurs calculées au point 1.
4. Que valent les pulsations caractéristiques ?

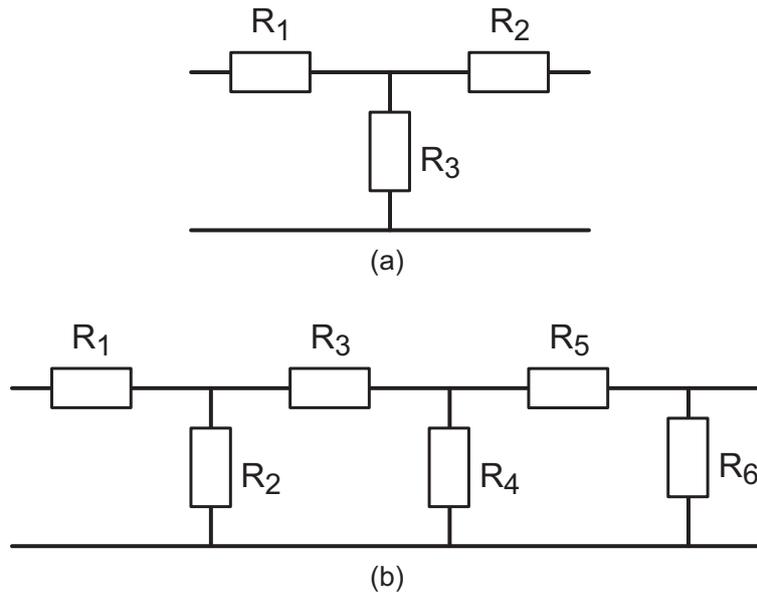


FIG. 1.19: Quadripôles résistifs : Ex. Qp1 et Qp2

**Qp 5 :** Considérant le circuit présenté à la figure 1.20, on demande :

1. Que valent  $H(0)$  et  $H(\infty)$  ?
2. Esquissez le diagramme de Bode.
3. À l'aide des matrices de transfert, calculez littéralement l'atténuation  $A(j\omega)$ .
4. Écrivez-la sous forme canonique.
5. Donnez  $H(j\omega)$  et vérifiez que pour  $\omega = 0$  et  $\omega \rightarrow \infty$  vous retrouvez bien les valeurs calculées au point 1.
6. Que valent les pulsations caractéristiques ?
7. Tenant compte des valeurs numériques suivantes

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 0.1 \text{ k}\Omega \quad R_3 = 20 \text{ k}\Omega \quad R_4 = 30 \text{ k}\Omega \quad L = 1 \text{ mH}$$

tracez avec soin le diagramme de Bode.

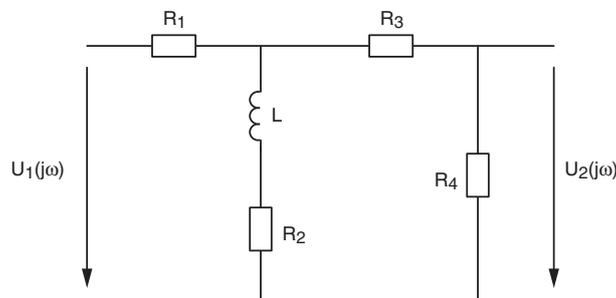


FIG. 1.20: Exercice Qp5